

«دوازدهم دختر A»

«بیست و هفتم پسر»

$$y^3 - 2a^2 = 2a - 1 \rightarrow y^3 = 2a^2 + 2a - 1$$

$$y_1^3 = 2a_1^2 + 2a_1 - 1$$

$$\text{If } a_1 = a_2 \rightarrow y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2 \checkmark$$

$$y_2^3 = 2a_2^2 + 2a_2 - 1$$

* بنابراین عبارت تابع است

$$b) \quad 2 \cos y = y \cos 2a$$

$$\text{If } a = \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} \cos y = y \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}_0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} \cos y = 0 \Rightarrow$$

$$\cos y = 0 \rightarrow y = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$$

* بنابراین عبارت تابع است



$$c) \quad \frac{a+y}{2} = \sqrt{ay} \quad (a, y > 0)$$

$$a+y = 2\sqrt{ay} \rightarrow (a+y)^2 = 4ay \rightarrow a^2 + 2ay + y^2 = 4ay \rightarrow$$

$$a^2 - 2ay + y^2 = 0 \rightarrow (a-y)^2 = 0 \rightarrow a = y$$

* بنابراین عبارت تابع است

$$d) \quad xy^2 + 2a - y^3 - 2y = 0$$

$$x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0 \rightarrow (y^2 + 2)(x - y) = 0$$

$$\begin{cases} y^2 + 2 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \text{No solution} \\ x = y \end{cases}$$

* بنابراین عبارت تابع است

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & ; |x-1| > 2 \\ a + 2x & ; -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x-1| > 2 \\ a-1 > 2 \rightarrow a > 3 \\ a-1 < -2 \rightarrow a < -1 \end{cases}$$

عدد ۱- در هر دو ضابطه تابع وجود دارد پس فزونی تابع باید باشد:

$$a = -1 \xrightarrow{①} 2 - b$$

$$a = -1 \xrightarrow{②} a - 2$$

$$\Rightarrow 2 - b = a - 2 \Rightarrow \boxed{f = a + b}$$

$$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2} \quad D_f: [a, b] \rightarrow a + b = ?$$

عبارت زیر را در این یک سیم می MAX بابت a و b میسای $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ است:

$$\begin{aligned} x=a \rightarrow a - ba - a^2 = 0 &\rightarrow -a^2 + a(1-b) = 0 \\ a(-a + 1 - b) = 0 &\left\{ \begin{array}{l} a=0 \rightarrow \text{قاعه} \\ -a + 1 - b = 0 \\ a = 1 - b (*) \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$x=b \rightarrow a - b^2 - b^2 = 0 \quad (*) \rightarrow 1 - b - 2b^2 = 0 \rightarrow 2b^2 + b - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} b = -1 \quad \checkmark \\ b = \frac{1}{2} \quad \text{قاعه} \end{array} \right. \Rightarrow \underline{a = 1 - (-1) = 2} \Rightarrow a + b = 2 + (-1) = 1$$

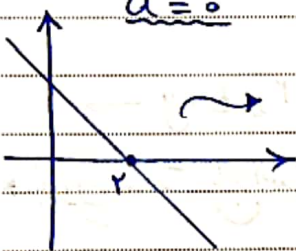
(b ∈ Z)

$$y = \frac{x}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \quad D: (-\infty, 2) \rightarrow$$

این جدول تعیین علامت نتیجه می گیریم که عبارت اصلی یک خط است پس:

رابطه شکل آن به صورت مقابل باشد

چون خط به صورت نزولی است بنابراین $b < 0$



$$bx + c \xrightarrow{\text{عبارت است}} 2b + c = 0 \Rightarrow c = -2b$$

$$\begin{aligned} 3a + c - 3|b| &= \\ 3(0) + (-2b) - 3(-b) &= -2b + 3b = b \end{aligned}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{|x| - [x]}} \rightarrow \begin{array}{l} |x| - [x] \neq 0 \\ |x| \neq [x] \end{array}$$

$$\Rightarrow D_f: \mathbb{R} - \{0\} - \mathbb{Z}^+$$

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \quad x \geq 0 \quad (I)$$

$$\sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \Rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \rightarrow x \leq 81 \quad (II)$$

$$(I) \cap (II) = [0, 81] \rightarrow D_f: [0, 81]$$

$$\text{مثال 1) } f(x) = \sqrt{\log_a x - 1} \quad \begin{cases} x - 1 > 0 \rightarrow x > 1 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \log_a \frac{1}{b} < -1 \\ \frac{1}{b} > 0 \\ \frac{1}{b} \neq 1 \end{array} \right.$$

$$\log_a x - 1 > 0 \quad \begin{cases} \text{If } x > 1 \text{ (I)} \\ \text{If } x < 1 \text{ (II)} \end{cases}$$

بالنسبة لـ (I) $x - 1 > 1 \rightarrow x > \frac{1}{a}$; $D_f: (1, +\infty)$

بالنسبة لـ (II) $x - 1 < 1 \rightarrow x < \frac{1}{a}$; $D_f: (0, \frac{1}{a}]$

$$\Rightarrow (I) \cup (II) = (0, \frac{1}{a}] \cup (1, +\infty)$$

$$\text{مثال 2) } f(x) = \log \frac{1}{4 + \sqrt{|x|} - |x|} \rightarrow \frac{1}{4 + \sqrt{|x|} + |x|} > 0 \rightarrow \sqrt{4 + \sqrt{|x|} + |x|} > 0$$

$$4 + \sqrt{|x|} - |x| = 0 \rightarrow \sqrt{|x|} = t, |x| = t^2$$

$$4 + t - t^2 = 0 \rightarrow t^2 - t - 4 = 0 \rightarrow (t - 5)(t + 1) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t = -1 \text{ غير مقبولة} \\ t = 5 \checkmark \end{array} \right.$$

$$t = 5 \checkmark \rightarrow \sqrt{|x|} = 5 \rightarrow |x| = 25 \rightarrow x = \pm 25$$

$$\begin{array}{c|cc} x & -25 & +25 \\ \hline p & - & + \end{array} \Rightarrow D_f: (-25, +25)$$

$$y = \sqrt{\frac{ax + r}{a + b} + a} \quad D: (r, +\infty)$$

$$\frac{ax + r}{a + b} + a > 0 \rightarrow \frac{ax + r + a(a + b)}{a + b} > 0$$

$$\frac{ax + r + a^2 + ab}{a + b} > 0 \rightarrow \frac{(r + a)x + ba + r + a^2}{a + b} > 0$$

$$\frac{-(r + ab)}{r + a} \quad -b \quad (r, +\infty)$$

$$+ \quad - \quad + \quad - \quad +$$

$$-b = r \Rightarrow \boxed{b = -r}$$

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & [x] > r \rightarrow x > a \\ x + r & [x] \leq r \rightarrow x < a \end{cases}$$

$$y = \sqrt{f(x) - x + 1} \rightarrow f(x) = x + 1$$

① If $a < 0 \rightarrow 3a + 3 - a + 1 > 0$ $\rightarrow 2a + 4 > 0$
 $\rightarrow a > -2$
 $(-\frac{4}{2}, +\infty) \cap (-\infty, 0) \rightarrow (-\frac{4}{2}, 0)$

②

① If $a \geq 0 \rightarrow 3a - 1 - a + 1 \geq 0$ $\rightarrow 2a \geq 0$
 $\rightarrow a \geq 0$
 $(0, +\infty) \cap [0, +\infty) = [0, +\infty)$

① $\cup$ ② = $\Rightarrow D_f = (-\frac{4}{2}, +\infty)$

$y = \frac{24a^3 + 34a^2 + 18a + 3}{(3a^2 + 4a + 1)^2}$

$\rightarrow ((3a+1)^2)^2 = (3a+1)^4$

$3a+1 \neq 0 \rightarrow a \neq -\frac{1}{3} \Rightarrow D_f: \mathbb{R} - \{-\frac{1}{3}\}$

$g = \frac{3(18a^3 + 12a^2 + 4a + 1)}{(3a+1)^4}$

عبارت $18a^3 + 12a^2 + 4a + 1$ به صورت درجه ۳ است پس می توان نوشت:
 $a_I = \frac{-b}{3a} = \frac{-12}{36} = -\frac{1}{3}$
 $g_I = 1(-\frac{1}{3}) + 12(\frac{1}{9}) + 4(-\frac{1}{3}) + 1 = 0 \Rightarrow (a - \frac{1}{3})^2 + 0 = (3a-1)^2$

$g = \frac{3(3a-1)^2}{(3a+1)^4} = \frac{3}{(3a+1)^2}$

$y = \sqrt{1 - \lg(3a-a)} \rightarrow D: (b, c]$

شرط کسری $\rightarrow 3a - a > 0 \rightarrow a > \frac{a}{3}$ (I)

شرط رادیکال $\rightarrow 1 - \lg(3a-a) \geq 0 \Rightarrow \lg(3a-a) \leq 1 \rightarrow 3a-a \leq 10$

$a \leq \frac{10+a}{2} \rightarrow a \leq 5 + \frac{a}{2}$ (II)

(I) $\cap$ (II) = $(\frac{a}{3}, 5 + \frac{a}{2}] = (b, c] \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{a}{3} \\ c = 5 + \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow c - b = 5 + \frac{a}{2} - \frac{a}{3} = 5 + \frac{a}{6}$