(سارا امینی راد)

دوازدهم ج

تکلیف ۱

①

الف) ← $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \to y_1^3 = 2x^2 + 2x - 1$, $y_2^3 = 2x^2 + 2x - 1 \Rightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع ✓ (دسترسی ریاضی)

ب) ← $x\cos y = y\cos x \to$ عکس نمی‌گیرد $\to$ عکوس آنها برابر $\to$ یک خط $y = x$ منطبق $\to$ تابع ✓

ج) ← $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}$ $\quad x, y > 0 \to x + y = 2\sqrt{xy} \to x + y - 2\sqrt{xy} = 0$

$\to (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0$

$\to \sqrt{x} = \sqrt{y} \to x = y \to$ تابع ✓

د)

$xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \to y^3 + 2y = xy^2 + 2x$

$0y^3 + 0y = \ldots \to$ تابع ✓

②

$x - 1 \geq 2 \to x \geq 3$

$x - 1 \leq -2 \to x \leq -1$ $\quad \to 2x^2 - b$

پس جواب ← (-1) مشترک نیز هست $\to 2 - b = a - 2 \to \boxed{4 = a + b}$

$-2 \leq x \leq -1 \longrightarrow a + 2x$

③

$a - bx - x^2 \geq 0$

b		a	
−	+	−	

$\xrightarrow{x=a}$ جایگذاری $a - ba - a^2 = 0 \to 2b^2 - 2b^3 - 4b^4 = 0 \to 2b^2(\underbrace{1 - b - 2b^2}_{0}) = 0$

$b = 0$

$-2b^2 - b + 1 = 0$

$\xrightarrow{x=b} a - b^2 - b^2 = 0$

$a = 2b^2$

$\boxed{b = -1}$ ✓ , $\frac{1}{2}$ ✗ $\quad b \in \mathbb{Z}$

که در معادله بالایی جایگذاری می‌کنیم ✓ $\boxed{a = 2(-1)^2 = 2}$ $\quad \boxed{2 - 1 = 1}$ $\to a + b$

④

$ax^2 + bx + c > 0$

برای اینکه جواب یک بازه باشد که معادله باید درجه ۱ باشد

$\frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$

$\to a = 0 \to bx + c > 0$

$2b + c = 0 \to c = -2b$

	2	
+		−

$\to b < 0$

$3\cancel{a} + c - 3|b| \Rightarrow -2b - 3|b| = b$

سارا امینی راد

۵

الف)

$\sqrt[3]{\frac{1}{|x|-[x]}} \to |x|-[x] \neq 0$ $\quad \underline{D_f \in R - \{0, Z^+\}}$

$|x| \neq [x]$

پس x نباید صحیح باشد

و اگر صحیح است حتماً منفی است

ب)

$\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \to D_f = \underbrace{0 \le x \le 81}_{\text{زیر رادیکال}}$

$\sqrt{y} = 9-\sqrt{x} \qquad x \ge 0$

$\underbrace{9-\sqrt{x} \ge 0}_{\text{جواب رادیکال}} \to 9 \ge \sqrt{x} \to 81 \ge x$

۶

الف)

$\sqrt{\log_x^{3x-1}} \to 3x-1>0 \to 3x>1 \to x>\frac{1}{3}$ $\quad \underline{1}$

$\to x>0 \;,\; x \neq 1$ $\quad \underline{2}$

$\log_x^{3x-1} \ge 0 \to 3x-1 \ge x^0 \to 3x-1 \ge 1 \to 3x \ge 2 \to x \ge \frac{2}{3}$ $\quad \underline{3}$

$\underline{1}, \underline{2}, \underline{3} \cap \to \boxed{x \ge \frac{2}{3} - \{1\}} = D_f$

ب)

$\log \frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|} \to \frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|} > 0 \qquad \frac{1}{6+t-t^2} > 0 \to -(t^2-t-6) = -(t-3)(t+2)$

$\sqrt{|x|}=t \qquad , \; 6+\sqrt{|x|}-|x| \neq 0 \qquad\qquad 3 \qquad -2$

$\begin{array}{ccccc} & -9 & & 9 & \\ - & | & + & | & - \end{array} \to \underline{D_f = (-9, 9)}$

$\sqrt{|x|}=3 \to |x|=9 \to x=\pm 9 \qquad \sqrt{|x|}=-2 \;\times$

۷

$\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}+a} \Rightarrow \frac{3x+2+ax+ab}{x+b} \ge 0 \to \frac{x(3+a)+2+ab}{x+b} \ge 0$

$\underline{b=-2}$ ← چون عدد ۲ جزو دامنه نیست پس حتماً ریشه مخرج است ← پس $\underline{b=-2}$

(سارا امینی راد)

8

$$\sqrt{f(x)-x+1} \to f(x)-x+1 \geq 0$$

1: $[x]>4 \to x \geq 5$; $2x-\cancel{1}-x+\cancel{1} \geq 0 \to x \geq 0$; $\boxed{1,2 \cap \quad x \geq 5}$

2: $4x+3-x+1 \geq 0 \to 3x+4 \geq 0 \to 3x \geq -4 \to x \geq -\frac{4}{3}$; $[x] \leq 4 \to x<5$; $\boxed{1,2 \cap \to -\frac{4}{3} \leq x < 5}$

9

$$y=\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2}=\boxed{\frac{(4x^2+4x+1)(6x+3)}{(4x^2+4x+1)^2}}$$

$(2x+1)^2 \quad 3(2x+1)$

$$\begin{array}{l|l} 24x^3+36x^2+18x+3 & 4x^2+4x+1 \\ -24x^3-24x^2-6x & \hline 6x+3 \\ \hline 12x^2+12x+3 & \\ -12x^2-12x-3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\to (4x^2+4x+1)^2 \neq 0 \quad ((2x+1)^2)^2 \to (2x+1)^4$

$\to (2x+1)^4 \neq 0 \quad \boxed{R-\{-\frac{1}{2}\} \leftarrow D_f}$

$2x+1=0$

$2x=-1 \to x=-\frac{1}{2}$

10

$$\sqrt{1-\log(2x-a)} \to 1-\log(2x-a) \geq 0 \to \log(2x-a) \leq 1 \to 2x-a \leq 10$$

$\to 2x \leq 10+a \to x \leq \frac{10+a}{2}$

$2x-a>0 \to 2x>a \to x>\frac{a}{2}$

$$\underbrace{\frac{a}{2}}_{b} < x \leq \underbrace{\frac{10+a}{2}}_{c}$$

$\frac{a}{2}=b \quad \frac{10+a}{2}=c \quad c-b=\frac{10+a}{2}-\frac{a}{2}=\boxed{\frac{10}{2}=5}$