

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1$ $\xrightarrow{\text{تعریف}} \begin{cases} x \rightarrow y_1 \\ x \rightarrow y_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1^3 = 2x^2 + 2x - 1 \\ y_2^3 = 2x^2 + 2x - 1 \end{cases} \Rightarrow y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ ✓
 ب) $x \cos y = y \cos x$ $\xrightarrow{\text{تعریف}} \begin{cases} x \rightarrow y_1 \\ x \rightarrow y_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{\cos y_1}{y_1} = \frac{\cos x}{x} / \frac{\cos y_2}{y_2} = \frac{\cos x}{x} \Rightarrow \frac{\cos y_1}{y_1} = \frac{\cos y_2}{y_2} \Rightarrow y_1 = y_2$ ✓
 ج) $\frac{x+y}{x-y} = \sqrt{xy}$ $x, y > 0 \rightarrow x+y = 2\sqrt{xy} \xrightarrow{\text{نوع اول}} x^2 + y^2 + 2xy = 2xy \rightarrow (x-y)^2 = 0 \rightarrow y = x$ ✓
 د) $xy^2 - 2x - y^3 - 2y = 0$ $\xrightarrow{\text{تعریف}} \begin{cases} x \rightarrow y_1 \\ x \rightarrow y_2 \end{cases} (xy_1^2 + 2x - y_1^3 - 2y_1) - (xy_2^2 + 2x - y_2^3 - 2y_2) = 0$
 $(x(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)) - ((y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2) - (y_1^3 + y_1^2 y_2 + y_1 y_2^2 + y_2^3)) = 0$
 $(y_1 - y_2)(x(y_1 + y_2) - (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2)) = 0$
 $y_1 = y_2$ ✓ ← برابر صفر

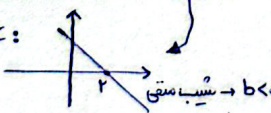
۱
۱۰

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x-1| \geq 2 \\ a + 2x & -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$ $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & x \geq 3, x \leq -1 \\ a + 2x & -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$ فقط این کسب با بازه‌ی کسب پایین همپوشانی دارد پس داریم
 $x = -1 \rightarrow 2 - b = a - 2$
 $a + b = 4$

۲
۲

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2}$ $-x^2 - bx + a \geq 0 \xrightarrow{x \rightarrow -1} x^2 + bx - a \leq 0$
 $x = b \rightarrow b^2 + b^2 - a = 0 \rightarrow a = 2b^2$ ①
 $x = a \rightarrow a^2 + ab - a = 0 \xrightarrow{a = 2b^2} b^2 + 2b^3 - 2b^2 = 0$
 $b^2(b^2 + 2b - 2) = 0 \rightarrow b = 0$ ② $a = 0 \propto$ غلط
 $b = \frac{1}{2}$ ③ $a = \frac{1}{2} \propto$ غلط
 $b = -1$ ④ $a = 2 \checkmark \Rightarrow a + b = 2 - 1 = 1$

۳
۲

$y = \frac{r}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ $D = (-\infty, r) \rightarrow ax^2 + bx + c > 0$ $\xrightarrow{a=0} bx + c > 0$
 چون اگر a صفر نباشد ریشه مضاعف داریم و عبارت همواره مثبت می شود
 $3a + c - 3|b| \Rightarrow -rb - 3|b|$ $\xrightarrow{b < 0} -rb + 3b = b$
 $bx + c:$  $b < 0 \rightarrow$ شیب منفی
 $rb + c = 0 \Rightarrow c = -rb$

۴
۲

الف) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{|x| - [x]}}$ $\Rightarrow |x| - [x] \neq 0 \Rightarrow |x| \neq [x]$ $D_f = \mathbb{R} - \{\mathbb{Z}^+, 0\}$
 ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \Rightarrow x \geq 0$ ①
 $\sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq 9 \Rightarrow x \leq 81$ ②
 ① و ② $D_f = [0, 81]$

۵
۲

الف) $f(x) = \sqrt{\log^{\frac{1}{r}} x - 1}$ $\log^{\frac{1}{r}} x - 1 \geq 0 \Rightarrow \log^{\frac{1}{r}} x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{r}$ $(x > 0)$ $\log^{\frac{1}{r}} x \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$ $\log^{\frac{1}{r}} x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{r}$ $\Rightarrow x > 1$ $\log^{\frac{1}{r}} x \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$ $\log^{\frac{1}{r}} x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{r}$ $\Rightarrow \frac{1}{r} < x \leq \frac{1}{r}$ $D_f = (\frac{1}{r}, \frac{1}{r}] \cup (1, +\infty)$ ب) $f(x) = \log \frac{1}{4 + \sqrt{ x } - x }$ $\frac{1}{4 + \sqrt{ x } - x } > 0 \Rightarrow \sqrt{ x } = t \Rightarrow \frac{1}{4 + t - t^2} > 0$ $t = 3 \rightarrow \sqrt{ x } = 3 \Rightarrow x = 9$ $t = -2 \rightarrow \sqrt{ x } = -2 \Rightarrow x = 4$ $D_f = [-9, 9]$ $17p = (-9, 9)$	۶ ۲
$y = \sqrt{\frac{rx+r}{x+b}} + a$ $\frac{rx+r+ax+ab}{x+b} \geq 0$ $\frac{rx+r+ax+ab}{x+b} \geq 0 \Rightarrow b = -r$ $-rx = ax \rightarrow a = -r$ $y = \sqrt{\frac{r}{x-r}}$ * در واقع در صورت کسر مجموع ضرایب x صفر بوده و عبارت به صورت معادل است:	۷ ۲
$f(x) = \begin{cases} rx-1 & [x] > t \\ \varepsilon x+r & [x] \leq t \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} rx-1 & x > 0 \\ \varepsilon x+r & x < 0 \end{cases}$ $y = \sqrt{f(x) - x + 1} \rightarrow f(x) - x + 1 \geq 0$ $\begin{cases} x > 0 \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} rx-1-x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \\ \varepsilon x+r-x+1 \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{r}{\varepsilon} \end{cases}$ $D = [\frac{r}{\varepsilon}, +\infty)$	۸ ۲
$y = \frac{rx^3 + 4rx^2 + 18x + r}{(\varepsilon x^2 + \varepsilon x + 1)^2} = \frac{4x+r}{\varepsilon x^2 + \varepsilon x + 1}$ $\varepsilon x^2 + \varepsilon x + 1 \neq 0 \rightarrow (rx+1)^2 \neq 0$ $x \neq -\frac{1}{r}$ $D = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{r}\}$	۹ ۲
$y = \sqrt{1 - \log^{\frac{1}{r}} x - a}$ $\log^{\frac{1}{r}} x - a \geq 0 \Rightarrow \log^{\frac{1}{r}} x \geq a \Rightarrow x \geq \frac{a}{r}$ $1 - \log^{\frac{1}{r}} x - a \geq 0 \Rightarrow \log^{\frac{1}{r}} x \leq 1 \Rightarrow x \leq 10 - a$ $D = (\frac{a}{r}, \frac{10-a}{r}] = (b, c]$ $c - b = \frac{10-a}{r} - \frac{a}{r} = \frac{10}{r} = \Delta$	۱۰ ۲