نام و نام خانوادگی ......آتنا برزین........ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱... کلاس ...دوازدهم ریاضی A...

۱

الف) $y^3-2x^2=2x-1 \xrightarrow[\text{ریاضی}]{\text{تعریف}} \begin{matrix} x\to y_1 \\ x\to y_2\end{matrix} \Rightarrow \left.\begin{matrix} y_1^3=2x^2+2x-1 \\ y_2^3=2x^2+2x-1\end{matrix}\right\} y_1^3=y_2^3 \Rightarrow y_1=y_2$ ✓

ب) $x\cos y = y\cos x \xrightarrow[\text{ریاضی}]{\text{تعریف}} \begin{matrix} x\to y_1 \\ x\to y_2\end{matrix} \Rightarrow \left.\frac{\cos y_1}{y_1}=\frac{\cos x}{x} \,/\, \frac{\cos y_2}{y_2}=\frac{\cos x}{x}\right\} \frac{\cos y_1}{y_1}=\frac{\cos y_2}{y_2} \Rightarrow y_1=y_2$ ✓

ج) $\frac{x+y}{2}=\sqrt{xy} \quad x,y>0 \to x+y=2\sqrt{xy} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2+y^2+2xy=4xy \to (x-y)^2=0 \to y=x \Leftarrow$ تابع است ✓

د) $yx^2-2x-y^3-2y=0 \xrightarrow[\text{ریاضی}]{\text{تعریف}} \begin{matrix} x\to y_1 \\ x\to y_2\end{matrix} \quad (xy_1^2+2x-y_1^3-2y_1)-(xy_2^2+2x-y_2^3-2y_2)=0$

$(x(y_1+y_2)(y_1-y_2))-((y_1-y_2)(y_1^2+y_1y_2+y_2^2))=0 \quad \underbrace{(y_1-y_2)}_{\text{برابر صفر}}(x(y_1+y_2)-(y_1^2+y_1y_2+y_2^2))=0$

$y_1=y_2$ ✓

۲

$f(x)=\begin{cases} 2x^2-b & ; |x-1|\geq 2 \\ a+2x & ; -4\leq x\leq -1\end{cases} \qquad f(x)=\begin{cases} 2x^2-b & ; x\geq 3,\ x\leq -1 \\ a+2x & ; -4\leq x\leq -1\end{cases}$

فقط این بخش با بازه‌ی بخش پایین همپوشانی دارد
پس داریم
⇓

$x=-1 \to 2-b=a-2$

$a+b=4$

۳

$f(x)=\sqrt{a-bx-x^2} \qquad -x^2-bx+a\geq 0 \xrightarrow{\times(-)} x^2+bx-a\leq 0$

$\begin{matrix} & b & & a & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{matrix}$

یعنی a و b ریشه‌ها بودند ⇐ و $a>b$

$x=b \to b^2+b^2-a=0 \to \boxed{a=2b^2}$ (I)

$x=a \to a^2+ab-a=0 \xrightarrow{a=2b^2} 4b^4+2b^3-2b^2=0$

$b^2(4b^2+2b-2)=0 \to b=0 \xrightarrow{\text{I}} a=0$ غ‌ق‌ق

$\to b=\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{I}} a=\frac{1}{2}$ غ‌ق‌ق

$b=-1 \xrightarrow{\text{I}} a=2$ ✓ $\Rightarrow a+b=2-1=1$

۴

$y=\frac{2}{\sqrt{ax^2+bx+c}} \qquad D=(-\infty,2) \to ax^2+bx+c>0 \xrightarrow{a=0} bx+c>0$

چون اگر a صفر نباشد ریشه مضاعف داریم و عبارت همواره مثبت می‌شود

ریشه

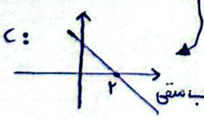
$\begin{matrix} & 2 & \\ + & 0 & - \end{matrix}$

$2b+c=0$

$\boxed{c=-2b}$

$3\cancel{a}^{\,0}+\cancel{c}^{\,-2b}-3|b| \Rightarrow -2b-3|b| \xrightarrow{b<0} -2b+3b=b$

$bx+c:$



شیب منفی $\to b<0$

۵

الف) $f(x)=\sqrt[3]{\frac{1}{|x|-[x]}} \Rightarrow |x|-[x]\neq 0 \Rightarrow |x|\neq[x] \qquad D_f=\mathbb{R}-\{\mathbb{Z}^+,0\}$

ب) $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{y}=9 \Rightarrow x\geq 0$ (I)

$\underbrace{\sqrt{y}}_{\text{همواره مثبت}}=9-\sqrt{x} \longrightarrow \left.\begin{matrix} 9-\sqrt{x}\geq 0 \\ \sqrt{x}\leq 9 \\ x\leq 81 \ (\text{II})\end{matrix}\right\} \xrightarrow{\text{I}\cap\text{II}} D_f=[0,81]$

۶

الف) $f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}}$ $\quad 3x-1>0 \quad x>\frac{1}{3} \quad x>0 \quad x\neq 1$

$\log_x^{3x-1}\geq 0 \xrightarrow{(1)} x>1 \quad \log_x^{3x-1}\geq 0 \quad 3x-1\geq 1 \quad x\geq\frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{x>1}$

$\xrightarrow{(2)} 0<x<1 \quad \log_x^{3x-1}\geq 0 \quad 3x-1\leq 1 \quad x\leq\frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{3}<x\leq\frac{2}{3}}$

$D_f=(\frac{1}{3},\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

ب) $f(x)=\log\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}$

$\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}>0 \xrightarrow{\sqrt{|x|}=t} \frac{1}{6+t-t^2}>0$

$t=3\to\sqrt{|x|}=3 \quad |x|=\pm 9$

$t=-2\to\sqrt{|x|}=-2$ غ ق ق

	-9		9	
$-$		$+$		$-$

$D_f=[-9,9]$

۷

$y=\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}+a} \qquad \frac{3x+2+ax+ab}{x+b}\geq 0$

ریشه مخرج

	2	
$-$		$+$

$\Rightarrow b=-2$

* در واقع در صورت کسر مجموع ضرایب x صفر بوده و عبارت به صورت مقابل است:

$-3x=ax \to a=-3$

$y=\sqrt{\frac{3}{x-2}}$

۸

$f(x)=\begin{cases}2x-1\ ; & [x]>4\\ 4x+3\ ; & [x]\leq 4\end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases}2x-1 & x\geq 5\\ 4x+3 & x<5\end{cases}$

$y=\sqrt{f(x)-x+1} \to f(x)-x+1\geq 0 \xrightarrow{x\geq 5} 2x-1-x+1\geq 0 \to x\geq 0 \overset{\cap}{\Rightarrow} x\geq 5 \quad \text{(I)}$

$\xrightarrow{x<5} 4x+3-x+1\geq 0 \quad 3x\geq 4 \quad x\geq\frac{3}{4} \overset{\cap}{\Rightarrow} \boxed{\frac{3}{4}\leq x<5} \quad \text{(II)}$

$\text{(I)}\cup\text{(II)} \rightarrow D=[\frac{3}{4},+\infty)$

۹

$y=\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2}=\frac{6x+3}{4x^2+4x+1}$

$$\begin{array}{r|l} 24x^3+36x^2+18x+3 & 4x^2+4x+1 \\ \cline{2-2} -24x^3\mp 24x^2\mp 6x & 6x+3 \\ \cline{1-1} 12x^2+12x+3 & \\ -12x^2\mp 12x\mp 3 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

$4x^2+4x+1\neq 0 \to (2x+1)^2\neq 0$

$\boxed{x\neq -\frac{1}{2}}$

$D=\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}$

۱۰

$y=\sqrt{1-\log^{2x-a}} \qquad 2x-a>0 \quad 2x>a \quad x>\frac{a}{2}$

$1-\log^{2x-a}\geq 0 \quad \log_{10}^{2x-a}\leq 1 \Rightarrow 2x-a\leq 10 \quad 2x\leq 10-a$

$x\leq\frac{10-a}{2}$

$D=(\frac{a}{2},\frac{10-a}{2}]=(b,c]$

$c-b=\frac{10-a}{2}-\frac{a}{2}=\frac{10}{2}=5$