

الف) $y'' - 2x^2 = 2x - 1 \rightarrow \begin{cases} y_1'' = 2x^2 + 2x - 1 \\ y_2'' = 2x^2 + 2x - 1 \end{cases} \Rightarrow y_1'' = y_2''$ ب) $x \cos y = y \cos x$ $\xrightarrow{\text{مثال نقض}}$
if $x = 90^\circ \rightarrow y = 90^\circ, 270^\circ$
چون به ازای $x = 90^\circ$ داریم $y = 90^\circ, 270^\circ$ این رابطه را برقرار می‌کند.

$\rightarrow y_1 = y_2$ این باطل است!
ج) $\frac{x+y}{2} \cdot \sqrt{xy}$ $\xrightarrow{\text{نقشه راه}} x^2 + y^2 = x^2 + y^2$ $x) 2xy^2 + 2x - y^2 - 2y = 0 \rightarrow x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2)$
 $\rightarrow (y^2 + 2)(x - y) = 0$
این عبارت جمع است! $y = x$ ؟ $y^2 = 2$ ؟

$\rightarrow y^2 = -x^2$ توجه! جواب مرصع است! $(1, 0)$ جواب مرصع است!

$f(x) = \begin{cases} x^2 - b; & |x-1| \geq 2 \\ a + bx; & -1 \leq x-1 \leq 1 \end{cases}$ ① $x \leq -1 \rightarrow x \leq x-1$
② $-1 \leq x-1 \leq 1 \rightarrow -1 \leq x \leq 2$

①, ② $\xrightarrow{x=1} 1-b = a-1 \rightarrow a+b=2$
①, ③ $\xrightarrow{x=-1} 1-b = a-1 \rightarrow a+b=2$

$f(x) = \sqrt{a-bx-x^2} \rightarrow Df: [a, b] \rightarrow \frac{b}{+} \frac{a}{-}$

$\rightarrow \sqrt{-(x^2 + bx - a)} \xrightarrow{x=a} a^2 + ba - a = 0 \rightarrow a(a+b-1) = 0$
 $\rightarrow a+b=1$ اگر $a=0$ $\rightarrow$ طبق صورت سوال

$y = \frac{x}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \quad Df: (-\infty, r) \quad 3a + c - 3|b| = ?$

$-(x-r)^2 = -x^2 + 2rx - r^2 = 0 \rightarrow -x^2 + 2rx - r^2 = ax^2 + bx + c \rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2r \\ c = -r^2 \end{cases}$

① $a = b - a$ ② $c = b - a$

③ $\frac{r(b-a)}{r^2b-1a} + b - a = \sqrt{b-2r^2} \rightarrow +r - r^3 = -19$

الف) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{|x| - \{x\}}}$

$|x| - \{x\} \neq 0 \rightarrow |x| \neq \{x\}$

$Df: \mathbb{R} - \mathbb{N}$

ب) $f(x) = \sqrt{x+y} = 9 \rightarrow y = 9 - \sqrt{x}$

$\sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \rightarrow |y| = (9 - \sqrt{x})^2$

$\rightarrow (9 - \sqrt{x})^2 = y \quad x \geq 0$

$Df: [0, +\infty)$

$$\text{الف) } f(x) = \sqrt{\log_x^{x+1}} \quad \text{① } |x-1| > 0 \rightarrow |x| > 1$$

$$\text{① } x > 0$$

$$\text{② } \log_x^{x-1} \geq 0 \rightarrow |x-1| \geq 1 \rightarrow x \geq \frac{1}{x}$$

$$Df: [\frac{1}{x}, +\infty)$$

$$\text{ب) } f(x) = \log \frac{1}{x + \sqrt{|x| - |x|}}$$

$$\frac{1}{x + \sqrt{|x| - |x|}} > 0 \rightarrow -x^2 + x + 4 < 0$$

$$\rightarrow x^2 - x - 4 > 0 \rightarrow (x-3)(x+2) > 0$$

$$\frac{-2}{+} \frac{3}{-} \rightarrow Df: (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$$

6

$$y = \sqrt{\frac{x^2 + x}{x+b}} + a \quad Df: (r, +\infty) \quad b = ?$$

$$y = \sqrt{\frac{x^2 + x + a + ab}{x+b}} \rightarrow y = \sqrt{\frac{(x+a)x + r + ab}{x+b}}$$

$$\text{① } y = \sqrt{\frac{x^2 - 2x}{x+b}} \quad b = -2 \rightarrow y = \sqrt{\frac{x}{x-2}}$$

$$Df: \frac{x}{-2} + \rightarrow Df: (2, +\infty)$$

در این مسئله ما داریم که عبارت زیر رادیکال باید مثبت باشد.
 پس مقصود از شرط مثبت این عبارت فقط در صورتی
 می تواند مثبت باشد که $a = -2$ باشد.
 پس آن مقصود از شرط مثبت عبارت زیر رادیکال است که مثبت
 علامت آن مثبت باشد. در نتیجه $b = -2$ می شود. البته در صورتی
 که a مثبت و b مثبت است در این صورت a و b مثبت است.

7

$$y = \sqrt{f(x) - x + 1} \quad Df: ?$$

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & \{x\} > \frac{1}{2} \rightarrow x > \frac{1}{2} \\ x+2 & \{x\} \leq \frac{1}{2} \rightarrow x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f(x) - x + 1 \geq 0 \xrightarrow{x > \frac{1}{2}} x-1-x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \quad \text{①}$$

$$\xrightarrow{x \leq \frac{1}{2}} x+2-x+1 \geq 0 \rightarrow x+3 \geq 0 \rightarrow x \geq -\frac{3}{1} \quad \text{②}$$

$$\text{②, ①}$$

$$\Rightarrow Df: [0, +\infty)$$

8

$$y = \frac{x^2 x^2 + 4x^2 + 4x + 1}{(x^2 + x + 1)^2} \rightarrow \frac{x^2(1x^2 + 4x + 1)}{(x^2 + 1)^2} \rightarrow \frac{x^2(x+1)^2}{(x^2 + 1)^2}$$

$$\rightarrow \frac{x^2}{x^2 + 1} = y \rightarrow Df: \mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$$

$$x^2 + 1 \neq 0 \rightarrow x^2 \neq -1 \rightarrow x \neq \frac{-1}{x}$$

9

$$y = \sqrt{1 - \log(x-a)} \quad Df: (b, c] \quad c - b = ?$$

$$\text{① } x-a > 0 \rightarrow x > \frac{a}{x}$$

$$\text{② } 1 - \log(x-a) \geq 0 \rightarrow \log(x-a) \leq 1 \rightarrow x-a \leq 1 \rightarrow x \leq \frac{1+a}{x}$$

$$\rightarrow Df: (\frac{a}{x}, \frac{1+a}{x}] \rightarrow \frac{1+a}{x} - \frac{a}{x} = \frac{1}{x} = c - b$$

10