۲۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ① کلاس ..... دوازدهم جمعه .....

۱

الف) $\begin{cases} (y_1, x) \to y_1^3 = 2x^2 + 2x - 1 \\ (y_2, x) \to y_2^3 = 2x^2 + 2x - 1 \end{cases} \Rightarrow y_1^3 = y_2^3 \to \boxed{y_1 = y_2}$ تابع است

برای یک ورودی چند خروجی داریم پس تابع نیست ✓ ۲

010

ب) مثال نقض: $a = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$ یا $90^\circ \to \cos y = \cos 90^\circ \Rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow y = 0$ هر عدد دلخواه y

010

ج) $x + y = 2\sqrt{xy} \Rightarrow x + y - 2\sqrt{xy} = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \xrightarrow{x,y>0} \boxed{x = y}$ تابع هست

010

د) $y^2(x-y) + 2(x-y) = 0 \Rightarrow (x-y)(\underbrace{y^2+2}_{\text{همواره } +}) = 0 \Rightarrow x - y = 0 \Rightarrow \boxed{x = y}$ تابع هست

۲

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & |x-1| \geq 2 \\ a + 2x & -3 \leq x \leq -1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} ① \ x - 1 \geq 2 \Rightarrow \boxed{x \geq 3} \\ ② \ x - 1 \leq -2 \Rightarrow \boxed{x \leq -1} \end{cases}$$

جای گذاری -1: ① $2(-1)^2 - b = 2 - b$

② $a + 2(-1) = a - 2$

$\Rightarrow 2 - b = a - 2 \Rightarrow \boxed{a + b = 4}$ ✓ ج

* -1 در دامنه‌ی هر دو هست پس در هر دو صدق می‌کند. ۲

۳

طبق صورت سوال دامنه‌ی آن باید $[a, b]$ است پس تعیین علامت آن

	b		a	
$-$		$+$		$-$

$f(x) = \sqrt{-x^2 - bx + a}$ زیر رادیکال است پس $\Rightarrow -x^2 - bx + \cancel{a}^{2b^2} \geq 0$

جای گذاری b: $-\cancel{b^2} - \cancel{b^2} + a = 0 \Rightarrow a = 2b^2$

جای گذاری a: $-a^2 - ab + a = 0 \Rightarrow a(\cancel{-2b^2} - b + 1) = 0$

$\Rightarrow$ یا $a = 0$ طبق صورت سوال غ ق ق

یا $-2b^2 - b + 1 = 0 \xrightarrow{a+c=b}$ یا $\boxed{b = -1}$ یا $b = \frac{1}{2}$

$\xrightarrow{a = 2b^2} a = 2(-1)^2$ / $a + b = -1 + 2$ ✓

جواب ① طبق صورت سوال غ ق ق زیر $b \in \mathbb{Z}$

۴

طبق صورت سوال دامنه: $y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \xrightarrow{\text{رادیکال در مخرج}} ax^2 + bx + c > 0$

	2	
$+$		$-$

* $ax^2 + bx + c$ نمی‌تواند صفر باشد زیرا دامنه‌ی ما از $(-\infty, 2)$ است و دامنه‌ی یک صفحه نمی‌تواند این باشد زیرا اگر مثلا $\Delta = 0$ بود ریشه مضاعف می‌شد و دامنه $\mathbb{R}$ می‌شد و اگر $\Delta > 0$ بود دو ریشه داشتیم و اگر $\Delta < 0$ بود دامنه‌ی ما ریشه نداشتیم پس خط است $\Leftarrow a = 0$ / * در جدول تعیین علامت هم علامت خانه‌ی سمت راست منفی است و عدد ② هم مخرج را صفر می‌کند پس: $-x + c = 0 \Rightarrow -2 + c = 0$ و $y = \frac{2}{\sqrt{bx + c}}$ $-x + 2$

$\Rightarrow c = 2 \Rightarrow 3a + c = -3$ $\boxed{b}$ منفی $\Rightarrow c + 3b = 0 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow c = -2b$ $\Rightarrow c + 2b = 0$

جواب ✓ (b) ۲

این قدر توضیح فارسی نیاز نیست

۵

* در حوزه‌ی ③ مجموعه‌ی ایجاد نمی‌کند پس فقط مخرج را باید در نظر بگیریم.

الف) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{|x| - [x]}} \Rightarrow |x| - [x] \neq 0 \Rightarrow |x| \neq [x] \to \boxed{D_f = \mathbb{R} - \{\mathbb{Z}^+ \cup 0\} \text{ یا } \mathbb{R} - \{\mathbb{Z}^+\} - \{0\}}$ ۱

ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9$ ، $x \geq 0$ ① ، $y \geq 0$ ② رادیکال ۲ خانه

$\Rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{طرفین ۲}} y = (9 - \sqrt{x})^2$

$\xrightarrow{y \geq 0} (9 - \sqrt{x})^2 \geq 0 \Rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq 9 \Rightarrow x \leq 81$ ② $\Rightarrow \boxed{D_f = [0, 81]}$ ① ∩ ②

۲

Scanned with CamScanner

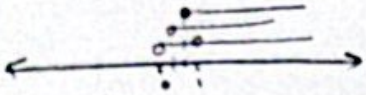
الف) $f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}}$

① $x>0 \quad x\neq 1$

② $3x-1>0 \Rightarrow x>\frac{1}{3}$

③ $\log_x^{3x-1}\geq 0 \Rightarrow 3x-1\geq 1 \Rightarrow x\geq \frac{2}{3}$

$① \cap ② \cap ③ \rightarrow \left[\frac{2}{3},+\infty\right)-\{1\}$ جواب



۶

ب) ① $\frac{1}{4+\sqrt{|x|}-|x|}>0$ ① $4+\sqrt{|x|}-|x|\neq 0 \xrightarrow{\sqrt{|x|}=t} -t^2+t+4\neq 0 \rightarrow \Delta=1+16=17 \Rightarrow t=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{-2} \Rightarrow t \nearrow -2,\ \searrow 3$

$\Rightarrow \sqrt{|x|}=-2$ غ ق ق / $\sqrt{|x|}=3 \Rightarrow |x|=9 \Rightarrow x=\pm 9$ ق ق

② $|x|\geq 0$, $\mathbb{R}$ ③ $\frac{1}{4+\sqrt{|x|}-|x|}>0 \Rightarrow \frac{-9 \quad 9}{-\ \ +\ \ -}$ $\Rightarrow ①\cap②\cap③=\boxed{(-9,9)}$ ✓ جواب

$y=\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}+a} \Rightarrow \frac{3x+2}{x+b}+a\geq 0 \Rightarrow \frac{3x+2+ax+ab}{x+b}\geq 0$

$\rightarrow \frac{(3+a)x+(2+ab)}{x+b}\geq 0 \Rightarrow \frac{2}{-\ \ +}$

* با توجه به دامنه منفی یک x داریم پس ضریب x در صورت باید صفر باشد $\Rightarrow 3+a=0 \Rightarrow a=-3$

$\Rightarrow x+b \xrightarrow{x=2} 2+b=0 \Rightarrow \boxed{b=-2}$ ✓ جواب

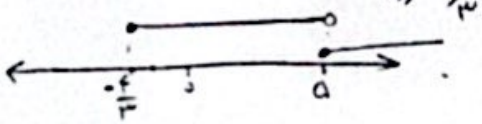
۷

زیر رادیکال $\Rightarrow f(x)-x+1\geq 0 \Rightarrow f(x)\geq x-1$

$f(x)\begin{cases} 2x-1 & [x]\geq 4 \text{ یعنی } \Rightarrow x\geq 5 \Rightarrow 2x-1\geq x-1 \Rightarrow x\geq 0 \cap x\geq 5 \Rightarrow \boxed{x\geq 5} \ ① \\ 4x+3 & [x]\leq 4 \text{ یعنی } \Rightarrow x<5 \Rightarrow 4x+3\geq x-1 \Rightarrow 3x\geq -4 \cap x<5 \Rightarrow \boxed{\left[-\frac{4}{3},5\right)} \ ② \end{cases}$

$x\geq -\frac{4}{3}$

$① \cup ② \Rightarrow \left[-\frac{4}{3},+\infty\right)$ جواب



۸

$y=\frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2}=\frac{3(2x+1)^{\cancel{3}}}{(2x+1)^{\cancel{4}}}\Rightarrow \frac{3}{2x+1}$

$D=\mathbb{R}-\{\text{ریشه مخرج}\}$ $\Rightarrow D=\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}$

$2x+1=0 \Rightarrow 2x=-1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$

۹

$y=\sqrt{1-\log(2x-a)} \Rightarrow$ ① $2x-a>0 \Rightarrow x>\frac{a}{2}$ $\Rightarrow D_f=\frac{a}{2}<x\leq\frac{10+a}{2}$

② $1-\log(2x-a)\geq 0 \Rightarrow \log^{2x-a}\leq 1 \Rightarrow 2x-a\leq 10 \Rightarrow x\leq\frac{10+a}{2}$

طبق صورت سوال

$\frac{a}{2}=b \quad \frac{10+a}{2}=c$

$\Rightarrow c-b=\frac{10+a}{2}-\frac{a}{2}=\frac{10}{2}=5$ ✓

۱۰

Scanned with CamScanner