به نام خدا

تکلیف ۱:

تکیه دهقانی / دوازدهم ریاضی A

SUBJECT:

Year: Month: Day:

Page : ( )

الف) $y^3 - 2x^3 = 2x - 1 \xRightarrow{\text{تعریف تابع}} \begin{cases} (y_1, x) \to y_1^3 = 2x^3 + 2x - 1 \\ (y_2, x) \to y_2^3 = 2x^3 + 2x - 1 \end{cases}$

۰/۵ $\to y_1^3 = y_2^3 \to y_1 = y_2$ تابع است!

ب) $a\cos y = y\cos x \xrightarrow{\text{مثال نقض}}$ اگر $a = 0$ ، $x = \frac{\pi}{2}$ یا 90°

۰/۵ $\xrightarrow{\text{در این صورت}} 0 \times \cos y = y \times \cos 90^\circ \Rightarrow 0 \times \cos y = y \times 0 \to y =$ هر عددی

به ازای یک x چندین y داریم پس $\boxed{\text{تابع نیست}}$

پ) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \quad x, y > 0$

۰/۵ $\to x + y = 2\sqrt{xy} \to x + y - 2\sqrt{xy} \xrightarrow{\text{اتحاد مربع}} (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0$

$\to \sqrt{x} = \sqrt{y} \xrightarrow{x, y > 0} x = y$ تابع است!

ت) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0$

۰/۵ $\xrightarrow{\text{فاکتور}} y^2(x - y) + 2(x - y) = 0 \xrightarrow{\text{فاکتور}} (x - y)(\underbrace{y^2 + 2}_{\text{همواره} +}) = 0$

$x - y = 0 \to x = y$ تابع است!

---

۲) $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b : |x - 1| \geq 2 \\ a + 2x : -1 \leq x \leq 3 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \text{①} \; x - 1 \geq 2 \to x \geq 3 \\ \text{②} \; x - 1 \leq -2 \to x \leq -1 \end{cases}$

چون نقطه $\boxed{x = -1}$ در هر دو ضابطه قرار دارد پس یک جواب را می دهد تا تابع باشد.

$x = -1 \to 2 - b = a - 2 \to a + b = 4 \to$ ؟

x

Page: ( ) $b \in \mathbb{Z} , a \neq 0$

SUBJECT — Year: Month: Day:

③ دامنه تابع $f(x) = \sqrt{a - bx - x^2}$ ، $[b , a] \Leftarrow$ ، $a + b = ?$

۲

از صورت سؤال نتیجه می‌گیریم b و a ریشه‌های معادله زیر رادیکال اند و $-\frac{b}{2} + \frac{a}{2} = $

$x = b \rightarrow \sqrt{a - b^2 - b^2} = 0 \rightarrow a - 2b^2 = 0 \rightarrow a = 2b^2$

$x = a \rightarrow \sqrt{a - ba - a^2} = 0 \rightarrow a(1 - b - a) = 0 \xrightarrow{a = 2b^2}$

$-2b^2(2b^2 + b - 1) = 0 \rightarrow -2b^2(b+1)(2b-1) = 0 \rightarrow b = 0$ یا $b = -1$ یا $b = \frac{1}{2}$

اگر $b = 0 \rightarrow a = 0$ غ‌ق‌ق و اگر $b = \frac{1}{2} \rightarrow a = \frac{1}{2}$ غ‌ق‌ق

اگر $\boxed{b = -1} \rightarrow \boxed{a = 2 \text{ ق‌ق}} \rightarrow b \in \mathbb{Z} , a \neq 0 \Rightarrow a + b = +2 - 1 = ①$ گزینه

---

④ دامنه تابع $g = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}$ ، $(-\infty , +2) \Leftarrow$ ، b ؟ ، $2a + c - 2|b| = ?$

$b < 0 \Leftarrow bx + c > 0$

۲

برابر با بیان دامنه می‌فهمیم که این معادله درجه یک است!

$a = 0 \Rightarrow bx + c > 0 \longrightarrow x < -\frac{c}{b} \Rightarrow x < +2$

$-\frac{c}{b} = 2 \rightarrow c = -2b$ ، $a = 0 , c = -2b$ ، $2a + c - 2|b| =$

$0 - 2b - 2|b| \xrightarrow[\text{براساس دامنه}]{b < 0} -2b + 2b = \{b\}$ گزینه

---

⑤ الف) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{|x| - [x]}} \rightarrow \mathbb{R} - \{\text{ریشه مخرج}\} \rightarrow$ ریشه مخرج $= |x| - [x] = 0$

①

۲

این فقط برای اعداد صحیح + و صفر برقرار می‌باشد! $\leftarrow |x| = [x]$

$D_f = \mathbb{R} - \{x \mid x \in \mathbb{Z} , x \geq 0\}$ گزینه

ب) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9$ Ⓘ $\longrightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \xrightarrow{\text{به توان}} y = (9 - \sqrt{x})^2$!

①

$y \geq 0 \rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \rightarrow \boxed{81 \geq x}$

Ⓘ $\sqrt{x} \rightarrow \boxed{x \geq 0} \Rightarrow [0 , +\infty) \cap (-\infty , 81] = [0 , 81] = D_f$ گزینه

Senobar

CamScanner

۱) الف) $f(x)=\sqrt{\log_x^{3x-1}}$ $\quad$ I) $3x-1>0 \to \boxed{x>\frac{1}{3}}$ $\quad$ II) $x\neq 1$ $\quad$ ۰/۲۵ $\quad$ ۴ ۲

III) $\boxed{x>0}$ ۰/۲۵ $\quad$ IV) $\log_x^{3x-1}\geq 0 \to 3x-1\geq 1 \to \boxed{x\geq\frac{2}{3}}$ ۰/۲۵

$\to \text{IV}\cap\text{II}\cap\text{III} = [\frac{2}{3},+\infty)-\{1\}=D_f$ ۰/۲۵

۱) ب) $f(x)=\log\sqrt{\frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}} \Rightarrow \frac{1}{6+\sqrt{|x|}-|x|}>0$

$\sqrt{|x|}=t \to \frac{1}{-t^2+t+6}>0 \to -(t^2-t-6)>0 \to -(t-3)(t+2)>0$

$\to \begin{array}{ccccc} & -2 & & 3 & \\ - & \circ & + & \circ & - \end{array} \to t\in(-2,3) \to \sqrt{|x|}\in(0,3) \to$

$\to D_f\in(-9,9)$

$y=\sqrt{\frac{3x+2}{x+b}+a} \to D_f=(2,+\infty)\ ,\ b=?$ $\quad$ ۷ ۲

$\frac{3x+2}{x+b}+a\geq 0 \to \frac{3x+2+ax+ab}{x+b}\geq 0$

$\to \frac{(3+a)x+(2+ab)}{x+b}\geq 0 \to \begin{array}{ccc} & 2 & \\ - & \circ & + \end{array}$

چون اینجا فقط یک ریشه داریم پس ضریب x صورت باید ۰= باشد پس $3+a=0\to a=-3$

و $x+b \xrightarrow{x=2} 2+b=0 \to b=-2 \to$ ۲

$y=\sqrt{f(x)-x+1}\ ,\ f(x)\begin{cases} 2x-1 : [x]<4 \\ 4x+5 : [x]\geq 4\end{cases}$ $\quad D_f=?$ $\quad$ ۸ ۲

$\begin{cases} \sqrt{2x-1-x+1}=\sqrt{x} : [x]\geq 4 \longrightarrow x\geq 0\cap x\geq 5 \Rightarrow [5,+\infty) \\ \sqrt{4x+3-x+1}=\sqrt{3x+4} : [x]\leq 4 \longrightarrow x\geq -\frac{4}{3}\cap x<5 \to [-\frac{4}{3},5) \end{cases}$

$D_f=[-\frac{4}{3},5)\cup[5,+\infty)=[-\frac{4}{3},+\infty)=D_f$

۹ ۲

$y = \frac{24x^3+36x^2+18x+3}{(4x^2+4x+1)^2}$ و $D_f = ?$

صورت خودش اتحاد مکعب ۳ است!

$3(8x^3+12x^2+6x+1)$

$y = \frac{3(8x^3+1)+18x(2x+1)}{(2x+1)^4} = \frac{3(2x+1)(4x^2-2x+1)+18x(2x+1)}{(2x+1)^4}$

$= \frac{(2x+1)(12x^2-6x+3+18x)}{(2x+1)^4} = \frac{(2x+1)\times 3(2x+1)^2}{(2x+1)^4}$

$= \frac{3(2x+1)^3}{(2x+1)^4} \to D_f = R - \{$ریشه مخرج$\}$

ریشه مخرج $\Rightarrow 2x+1=0 \to x=-\frac{1}{2} \to \boxed{D_f = R - \{-\frac{1}{2}\}}$ → گ۲

۱۰

$D_f = (b,c] \Leftarrow y = \sqrt{1-\log(2x-a)}$

۲

$\text{I}\ \ 2x-a>0 \to x > \frac{a}{2}$ $\quad \text{II}\ \ 1-\log(2x-a) \geq 0$

$\to 1 \geq \log(2x-a) \to 10 \geq 2x-a \to \frac{10+a}{2} \geq x$

$\text{I} \cap \text{II} = (\frac{a}{2}, \frac{10+a}{2}] = (b,c] \to c = \frac{10+a}{2}, b = \frac{a}{2}$

$\to c-b = \frac{10+a}{2} - \frac{a}{2} = \frac{10}{2} = 5$ → گ۱