

SUBJECT:

Year: Month: Day:

Page: ()

تشریف بدی $\Rightarrow \begin{cases} (y_1, x) \rightarrow y_1^2 = 2x^2 + 2x - 1 \\ (y, x_2) \rightarrow y^2 = 2x^2 + 2x - 1 \end{cases}$

$\Rightarrow y_1^2 = y^2 \rightarrow y_1 = y$ تابع است!

۱. $a \cos y = y \cos x$ اگر $a = 0$ و $x = \frac{\pi}{2}$ یا 90°

۲. $0 \times \cos y = y \times \cos 90^\circ \Rightarrow 0 \times \cos y = y \times 0 \rightarrow y = 0$ (هر عددی)

۳. به ازای یک x چندین y داریم پس تابع نیست

۴. $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}$ $x, y > 0$

۵. $\rightarrow x+y = 2\sqrt{xy} \rightarrow x+y-2\sqrt{xy} = 0$ اتحاد مربع $(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 = 0$

۶. $\rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \xrightarrow{x, y > 0} x = y$ تابع است!

۷. $x^2 + 2x - y^2 - 2y = 0$

۸. $x^2 + 2x - y^2 - 2y = 0$ $\Rightarrow (x^2 + 2x + 1) - (y^2 + 2y + 1) = 0$ $\Rightarrow (x+1)^2 - (y+1)^2 = 0$

۹. $x - y = 0 \rightarrow x = y$ تابع است!

۱۰. $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b : |x-1| \geq 2 \rightarrow \begin{cases} \text{① } x-1 \geq 2 \rightarrow x \geq 3 \\ \text{② } x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1 \end{cases} \\ a+2x : -1 \leq x \leq 2 \end{cases}$

۱۱. چون $x = -1$ در هر دو جمله قرار دارد پس یک جواب را می دهیم. $2x^2 - b = a + 2x$

۱۲. $x = -1 \rightarrow 2 - b = a - 2 \rightarrow a + b = 4$



Genobar

$$b \in \mathbb{Z}, a \neq 0$$

$$a+b=? \quad [b, a] \leftarrow f(x) = \sqrt{a-bx-x^2} \quad \text{دامنه تابع} \quad (3)$$

از صورت سوال نتیجه می گیریم b و a هر یک می تواند برابر 0 باشد و

$$x=b \rightarrow \sqrt{a-b^2-b^2}=0 \rightarrow a-2b^2=0 \rightarrow a=2b^2$$

$$x=a \rightarrow \sqrt{a-ba-a^2}=0 \rightarrow a(1-b-a)=0 \quad a=2b^2$$

$$2b^2(2b^2+b-1)=0 \rightarrow -2b^2(b+1)(b-1)=0 \rightarrow b=0 \vee b=-1 \vee b=1$$

$$\text{وقتی } b=0 \rightarrow a=0 \text{ و وقتی } b=\frac{1}{2} \rightarrow a=\frac{1}{4}$$

$$\text{آنگاه } [b=-1] \rightarrow [a=2] \rightarrow b \in \mathbb{Z}, a \neq 0 \Rightarrow a+b=2-1=1 \rightarrow \text{پس}$$

$$b < 0 \leftarrow bx+c > 0 \quad \text{دامنه تابع} \quad (4) \quad g = \frac{2}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$$

برای بررسی دامنه می نویسیم این عبارت در محدوده مثبت است!

$$a \geq 0 \Rightarrow bx+c > 0 \rightarrow x < -\frac{c}{b} \Rightarrow x < -2$$

$$-\frac{c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2b \quad a \geq 0, c = -2b, \text{ و } a+c-4|b| =$$

$$0-2b-4|b| \quad \text{بر اساس دامنه} \quad -2b+4b = \{b\} \rightarrow 1$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{|x|-[x]}} \rightarrow R = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x > 0\} \rightarrow [x] - |x| = 0 \quad (5)$$

این فضا دارای اعداد صحیح + و منفرجه قرار می گیرد!

$$Df = R - \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x > 0\}$$

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \quad \text{پس } y = (9-\sqrt{x})^2$$

$$y \geq 0 \rightarrow 9-\sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \rightarrow [1 \leq x]$$

$$\sqrt{x} \rightarrow x \geq 0 \Rightarrow [0, +\infty) \cap (-\infty, 1] = [0, 1] = Df \rightarrow 2$$

Senobar



2) $f(x) = \sqrt{\log^2 x - 1}$ $\text{I} \quad x^2 - 1 > 0 \rightarrow x > 1 \quad \text{II} \quad x \neq 1$ $\text{III} \quad x > 0$ $\text{IV} \quad \log^2 x - 1 \geq 0 \rightarrow x^2 - 1 \geq 1 \rightarrow x \geq \sqrt{2}$

$\Rightarrow \text{IV} \cap \text{II} \cap \text{III} = \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty \right) \setminus \{1\} = \text{Df}$

3) $f(x) = \log \frac{1}{x + \sqrt{|x|} - |x|} \Rightarrow \frac{1}{x + \sqrt{|x|} - |x|} \geq 0$

$\sqrt{|x|} = t \rightarrow \frac{1}{-t^2 + t + 1} \geq 0 \rightarrow -(t^2 - t - 1) \geq 0 \rightarrow -(t - 3)(t + 2) \geq 0$

$\rightarrow -\frac{2}{3} < t < 3 \rightarrow t \in (-2, 3) \rightarrow \sqrt{|x|} \in (0, 3) \rightarrow |x| \in (0, 9)$

$\rightarrow \text{Df} \in (-9, 9)$

4) $y = \sqrt{\frac{x+5}{x+b}} + a \rightarrow \text{Df} = (2, +\infty), b = ?$

$\frac{x+5}{x+b} + a \geq 0 \rightarrow \frac{x+5+a(x+b)}{x+b} \geq 0$

$\rightarrow \frac{(a+1)x + (5+ab)}{x+b} \geq 0 \rightarrow \frac{1}{-\frac{5}{b+1} + 1}$

$x+a=0 \rightarrow a=-x$ $x+b=0 \rightarrow b=-x$ $x+5=0 \rightarrow x=-5$ $x+5+a(x+b) \geq 0 \rightarrow x+5-x(x+b) \geq 0 \rightarrow x+5-x^2-bx \geq 0 \rightarrow -x^2-(b-1)x+5 \geq 0$

5) $y = \sqrt{f(x) - x + 1}$ $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & [x] < 2 \\ x^2 + 5, & [x] \geq 2 \end{cases}$ $\text{Df} = ?$

$\sqrt{x^2 - 1 - x + 1} = \sqrt{x^2} : [x] < 2 \rightarrow x \geq 0 \cap x < 2 \Rightarrow [0, 2)$

$\sqrt{x^2 + 5 - x + 1} = \sqrt{x^2 + 4} : [x] \geq 2 \rightarrow x \geq -\frac{4}{2} \cap x < \infty \Rightarrow [-2, \infty)$

$\text{Df} = [-2, 2) \cup [2, \infty) = \left[-\frac{4}{2}, +\infty \right) = \text{Df}$



$$y = \frac{5x^5 + 37x^4 + 11x + 5}{(2x^2 + 2x + 1)^2}, \quad Df = ? \quad (9)$$

$$y = \frac{5(2x^2+1)^2 + 11x(2x^2+1)}{(2x^2+1)^4} = \frac{5(2x^2+1)(2x^2+2x+1) + 11x(2x^2+1)}{(2x^2+1)^2}$$

$$= \frac{(2x^2+1)(10x^2 - 2x + 5 + 11x)}{(2x^2+1)^2} = \frac{(2x^2+1) \times 4(2x^2+1)}{(2x^2+1)^2}$$

$$= \frac{4(2x^2+1)^2}{(2x^2+1)^2} \rightarrow Df = R - \{2, -2\}$$

$$\text{2. } 2x^2+1=0 \rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow Df = R - \left\{ \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$$

$$Df = (b, c] \leftarrow y = \sqrt{1 - \log(2x - a)} \quad (10)$$

$$\textcircled{I} \quad 2x - a > 0 \rightarrow x > \frac{a}{2} \quad \textcircled{II} \quad 1 - \log(2x - a) \geq 0$$

$$\rightarrow 1 \geq \log(2x - a) \rightarrow 10 \geq 2x - a \rightarrow \frac{10+a}{2} \geq x$$

$$\textcircled{I} \cap \textcircled{II} = \left(\frac{a}{2}, \frac{10+a}{2} \right] = (b, c] \rightarrow c = \frac{10+a}{2}, b = \frac{a}{2}$$

$$\rightarrow c - b = \frac{10+a}{2} - \frac{a}{2} = \frac{10}{2} = 5 \rightarrow \textcircled{A}$$

