

الف) $y^3 - 2x^2 = 2x - 1 \rightarrow y^3 = 2x^2 + 2x - 1$

$\left. \begin{matrix} (x_1, y_1) \in f \\ (x_2, y_2) \in f \end{matrix} \right\} \xrightarrow{x_1 = x_2} y_1 = y_2$ تابع هست

$\begin{cases} y_1^3 = 2x^2 + 2x - 1 \\ y_2^3 = 2x^2 + 2x - 1 \end{cases} \rightarrow y_1^3 = y_2^3 \rightarrow y_1 = y_2$

ب) $x \odot y = y \odot x$

$x = \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} \odot y = y \odot \left(\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \frac{\pi}{2} \odot y = 0$
تابع سیم مثلث ناقص $\leftarrow$
 $\odot y = 0$ $y = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy} \quad x, y > 0$

$x+y = 2\sqrt{xy}$

تابع هست

$x - 2\sqrt{xy} + y = 0 \rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \rightarrow x = y$

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \xrightarrow{x=0} \left. \begin{matrix} (x_1, y_1) \in f \\ (x_2, y_2) \in f \end{matrix} \right\} \xrightarrow{x_1 = x_2} y_1 = y_2$

$xy^2 + 2x = y^3 + 2y$

$x(y^2 + 2) = y^3 + 2y \rightarrow \sqrt{x} = \frac{y^3 + 2y}{y^2 + 2}$

تابع هست

$\begin{cases} x = \frac{y_1^3 + 2y_1}{y_1^2 + 2} \\ x = \frac{y_2^3 + 2y_2}{y_2^2 + 2} \end{cases}$

$\frac{y_1(y_1^2 + 2)}{y_1^2 + 2} = \frac{y_2(y_2^2 + 2)}{y_2^2 + 2}$

$y_1 = y_2$

$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & ; |x-1| \geq 2 \\ a + 2x & ; -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$

$a + b = 8$

$|x-1| \geq 2$

$x-1 \geq 2 \rightarrow x \geq 3$

$x-1 \leq -2 \rightarrow x \leq -1$

$\xrightarrow{-1} \frac{2(-1)^2 - b}{2} = a + 2(-1) \xrightarrow{-1}$

$4 - b = a - 2$

۱- در هر دو معادله صدق می کند بنا بر این باید مساوی کنیم.

$f(x) = \sqrt{a - bx - x^2} \rightarrow D_f = [b, a]$

$a + b = 8$

عبارت زیر را یک تابع همی max دارم که این آرشیو آن a و b مثبت است.

$\xrightarrow{a} -a^2 - ba + a \rightarrow -a^2 + a(1-b) = 0 \rightarrow a(-a + 1 - b) = 0$

$\downarrow a = 1 - b$

$\xrightarrow{b} -b^2 - b^2 + a = -2b^2 - b + 1 = 0 \rightarrow a + b = 8, x_1 = -1, x_2 = +\frac{1}{2}$

$\rightarrow 2b^2 + b - 1 = 0 \rightarrow (-1), +\frac{1}{2}$

$\rightarrow b = -1, a = 1 - b = 2 \rightarrow a + b = 1$

۲- با توجه به سوال غیر قابل قبول

$$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \rightarrow D = (-\infty, 2)$$

ملاحظه شود که با فرض داده شده معادله درجه دوم را می توانیم بنویسیم که $a=0$ شود.

$$3a + c - 3|b|$$

بصورت ۰

$$bx + c = 0 \rightarrow 2b + c = 0 \rightarrow c = -2b$$

$$3a = 0$$

$$-2b + 3b = b$$

$$\frac{2}{+1-}$$

علامت b منفی باشد

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{|x| - [x]}}$$

محدودیت این تابع معطای
خرج است و خروجی نباید منفی شود

$$|x| - [x] \neq 0$$

$$|x| \neq [x]$$

یعنی عدد صحیح مثبت و منفی ندارد

$$D_f = \mathbb{R} - \{0, 2^+\}$$

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x}$$

$$① x \geq 0$$

$$② 9 - \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \rightarrow 81 \geq x$$

$$D_f = [0, 81]$$

$$f(x) = \sqrt{\log_2 3x - 1}$$

$$① x > 0, x \neq 1$$

$$② 3x - 1 > 0 \rightarrow x > \frac{1}{3}$$

$$③ \log_2 3x - 1 \geq 0 \rightarrow 3x - 1 \geq 1 \rightarrow 3x \geq 2 \rightarrow x \geq \frac{2}{3}$$

$$D_f = \mathbb{R} \cup \mathbb{A} = \left(\frac{2}{3}, 1\right] \cup (1, +\infty)$$

$$f(x) = \log \frac{1}{y + \sqrt{|x|} - |x|}$$

$$① \frac{1}{y + \sqrt{|x|} - |x|} > 0 \rightarrow y + \sqrt{|x|} - |x| > 0 \rightarrow (-9, 9)$$

$$② y + \sqrt{|x|} - |x| \neq 0 \rightarrow x \geq 0 \rightarrow y + \sqrt{x} - x \neq 0 \rightarrow y + \sqrt{x} \neq x$$

$$D_f = (-9, 9)$$

$$y + \sqrt{-x} \neq -x \rightarrow x \neq -9$$

هرتا محاسبی با انتخاب مشخصی تکلیف شماره ۱ دوازدهم هفتاد و هجده

$$y = \sqrt{\frac{3x+2}{x+b}} + a \rightarrow D = (2, +\infty) \quad \begin{matrix} x+b \neq 0 \\ x \neq -b \end{matrix}$$

فرض کنیم $x+b > 0$ ← باید بررسی شود

$$\frac{(3+a)x + ab+2}{3x+2 + ax+ab} \geq 0$$

$-b \leftarrow x+b$

$$\frac{-\frac{(ab+2)}{3+a} - b}{+ \frac{0}{3+a} - \frac{1}{3+a}} \rightarrow \frac{1}{3+a} \rightarrow -b=2 \rightarrow b=-2$$

صورت دانه $(2, +\infty)$

$$y = \sqrt{f(x) - x + 1}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1; [x] > 4 \rightarrow x > 5 \\ 4x+3; [x] \leq 4 \end{cases}$$

① $x \geq 5 \rightarrow \sqrt{2x-1-x+1} = \sqrt{x} \rightarrow x \geq 0$

② $x < 5 \rightarrow \sqrt{4x+3-x+1} = \sqrt{3x+4} \rightarrow 3x+4 \geq 0 \rightarrow x \geq -\frac{4}{3}$

$D = ① \cup ② = [-\frac{4}{3}, +\infty)$ ← باید درصورت اجتماع بگیریم

قبل از ساده کردن عبارت باید دامنه را محاسب کرد:

$$y = \frac{24x^3 + 36x^2 + 12x + 3}{(4x^2 + 6x + 1)^2}$$

① $4x+1 \neq 0 \rightarrow x = -\frac{1}{4}$

برای ساده کردن صورت عدد $\frac{1}{4}$ را در آن امتحان می کنیم، متوجه می شویم که یکی از ریشه ها است

$$24x^3 + 36x^2 + 12x + 3 = (4x^2 + 6x + 1)(x + \frac{1}{4})$$

$$y = \frac{(4x^2 + 6x + 1)(x + \frac{1}{4})}{(4x^2 + 6x + 1)^2} = \frac{x + \frac{1}{4}}{4x^2 + 6x + 1} = \frac{4x + 1}{4(2x^2 + 3x + 1)} = \frac{4x+1}{4(2x+1)(x+1)}$$

$D = \mathbb{R} - \{-\frac{1}{4}\}$

$$y = \sqrt{1 - \log(2x-a)}$$

$$D = (b, c) \quad c-b=8$$

$$2x-a > 0 \rightarrow x > \frac{a}{2} \quad ①$$

$$1 - \log(2x-a) \geq 0 \rightarrow 1 \geq \log(2x-a) \rightarrow 1 \geq 2x-a \rightarrow$$

باتوجه به اینکه داریم $1, 2 \rightarrow$ باید دامنه را مشخص کنیم

$$b = \frac{a}{2}$$

$$c = 1 + \frac{a}{2}$$

$$② \quad \frac{1+a}{2} \geq x$$

بنابراین $c-b \rightarrow \frac{1+a}{2} - \frac{a}{2} = \frac{1}{2} = 8$