

$$y = 3x - 1 \rightarrow y = \frac{3x-1}{3} \rightarrow x = \frac{y+1}{3} \xrightarrow{\text{مشتق بگیریم}} y' = \frac{3x+1}{3}$$

$$\xrightarrow{x \rightarrow \infty} y = \frac{1}{x} \quad \xrightarrow{y \rightarrow \infty} x = \frac{-1}{y}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\infty}: \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27} \end{array} \right.$$

۱

موضوع: اکتان، دانه‌های مربعی و متغیری از ضلع‌های هم‌اندازه در یک دایره کوچکتر (x=1)

$$y = x^2 - 2x + 2 \rightarrow y = (x-1)^2 + 1 \rightarrow x = \sqrt{y-1} + 1 \rightarrow y' = 2\sqrt{x-1} + 1$$

ب) $y = x^2 - 2x + 2 \rightarrow y = (x-1)^2 + 1 \rightarrow x = \sqrt{y-1} + 1 \rightarrow y' = 2\sqrt{x-1} + 1, x \geq 1$

۲

$$f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 - 4x + 4} \rightarrow f(x) = 2x - \sqrt{4(x-1)^2} \rightarrow f(x) = 2x - 2|x-1|$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x > 1: 2x - 2x + 2 = 2 \text{ دایره کوچکتر} \\ x < 1: 2x + 2x - 2 = 4x - 2 \text{ دایره بزرگتر} \end{array} \right.$$

$$y = 4x - 2 \rightarrow x = \frac{y+2}{4} \rightarrow y' = \frac{4}{4} = 1, x \leq 1$$


$$\rightarrow S_{\infty}: \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۳

$$\frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5} \rightarrow x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 5x_2^2 \rightarrow x_1^2 = x_2^2 \rightarrow x_1 = \pm x_2$$

موضوع: هم‌بستگی بین x و y. یک دایره کوچکتر در یک دایره بزرگتر محاط شده است. متغیری از ضلع‌های هم‌اندازه در یک دایره کوچکتر: $x_1 = x_2$ و متغیری از ضلع‌های هم‌اندازه در یک دایره بزرگتر: $x_1 = -x_2$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}} \rightarrow y^2 = \frac{x^2}{x^2 - 5} \rightarrow x^2 y^2 - 5y^2 = x^2 \rightarrow x^2 (y^2 - 1) = 5y^2 \rightarrow x^2 = \frac{5y^2}{y^2 - 1}$$

موضوع: هم‌بستگی بین x و y. متغیری از ضلع‌های هم‌اندازه در یک دایره بزرگتر محاط شده است. متغیری از ضلع‌های هم‌اندازه در یک دایره کوچکتر: $x_1 = x_2$ و متغیری از ضلع‌های هم‌اندازه در یک دایره بزرگتر: $x_1 = -x_2$

$$x^2 = \frac{5y^2}{y^2 - 1} \rightarrow x = \frac{\sqrt{5}y}{\sqrt{y^2 - 1}} \rightarrow y = \frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

۴

موضوع: دایره‌های متوازی که از یک خط میانی در یک دایره بزرگتر محاط شده است. متغیری از ضلع‌های هم‌اندازه در یک دایره کوچکتر: $x_1 = x_2$ و متغیری از ضلع‌های هم‌اندازه در یک دایره بزرگتر: $x_1 = -x_2$

$$x = 2 \rightarrow 1 + 2k \leq k - 2 \rightarrow 2k \leq -12 \rightarrow k \leq -6$$

۵

این روش منطبق بر ساینس این دو خط دارد که می بینیم معکوس افق و انحراف از مرکز زمین نداریم $g(x) = x \begin{cases} x > 0 : \frac{1}{x} \\ x < 0 : -x \end{cases} \xrightarrow{\text{معکوس}} g^{-1} \begin{cases} x > 0 : \frac{x}{2} \\ x < 0 : \frac{x}{2} \end{cases}$ $\frac{\frac{x}{2} + \frac{x}{2}}{2} = \frac{x}{2} \Rightarrow g^{-1} = \frac{x}{2} + \frac{1}{x} \rightarrow a = \frac{x}{2}, b = \frac{1}{x} \rightarrow ab = \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$	6
$-1 = \frac{1}{2+n} \rightarrow 2+n = -1 \rightarrow n = -3 \Rightarrow f(n) = \frac{2n+4}{n-2} \rightarrow f^{-1}(n) = \frac{2n+4}{n-2}$ $y = x + \frac{2n+4}{n-2} = x \rightarrow \frac{2n+4}{n-2} = 0 \rightarrow \underbrace{2n+4}_{\text{لا بد از آن}} = \frac{-4}{2} \rightarrow n = \frac{-4}{2}$	7
$\frac{x}{2} = t \Rightarrow f(2-t) = 2 - g(t), g(b) = 2 - g^{-1}(t) = b, f(a) = 2 - f^{-1}(-t) = a$ $g(t) = 2 - f(2-t) \xrightarrow{t=b} g(b) = 2 - f(2-b) \rightarrow 2 = 2 - f(2-b) \rightarrow f(2-b) = 0 \xrightarrow{a} 2-b = a$ $2-b = a \rightarrow a+b = 2 \xrightarrow[b=g^{-1}(t)]{a=f^{-1}(-t)} f^{-1}(-t) + g^{-1}(t) = 2$	8
$y = \frac{2x-1}{1-x} \xrightarrow{\text{درجه بندی مساوی}} -y = \frac{-2x+1}{1-x} \rightarrow y = \frac{2x+1}{x+1} \xrightarrow{\text{جدا}} y = \frac{2(x-1)+3}{(x-1)+1} = 2 + \frac{1}{x-1}$ $y = \frac{2x+1}{x+1} = 2 \rightarrow y = \frac{2x+1}{x+1} = x \rightarrow \frac{2x+1-(x^2+x)}{x+1} = 0 \rightarrow \frac{-x^2+x+1}{x+1} = 0$ $\rightarrow x = 1 \pm \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} \rightarrow \text{معکوس اول} = 2 \rightarrow \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	9
$y = x + f(x) \rightarrow x = y + f(y)$ مثال: $[y] = [x + f(x)] \rightarrow [y] = [x] + f[x] \rightarrow [y] = a[x]$ $x = y + f(a[x]) \rightarrow y = x - f[x] = g(x)$ $f \circ g(x) = x + f(x) - x + f[x] = f[x]$	10