

محل برخورد داشتن این تابع با محور x همان محل برخورد تابع با محور y است.
 $f(x) = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

محل برخورد داشتن با محور x $\rightarrow f(0) = -\frac{1}{3} \rightarrow f^{-1}(-\frac{1}{3}) = 0$
 محل برخورد داشتن با محور y $\rightarrow f(\frac{1}{3}) = 0 \rightarrow f^{-1}(0) = \frac{1}{3}$
 $S = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

الف $y = x^2 - 2x + 3, x \in [1, +\infty) / -\frac{b}{2a} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow$ تابعی یک به یک $y = (x-1)^2 + 2 \rightarrow R_f = [2, +\infty)$
 $\Rightarrow y - 2 = (x-1)^2 \Rightarrow \sqrt{y-2} = |x-1| \xrightarrow{x \geq 1} \sqrt{y-2} = x-1 \Rightarrow \sqrt{y-2} + 1 = x \Rightarrow y = \sqrt{x-2} + 1 = f^{-1}(x)$

ب $y = x^2 - 2x + 3, x \in [3, +\infty) / -\frac{b}{2a} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow$ تابعی یک به یک $y = (x-1)^2 + 2 \rightarrow R_f = [2, +\infty)$
 $\rightarrow D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$
 $\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1$

$f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 - 16x + 19} = 2x - |2x - 5|$
 $y = 2x - 5 \Rightarrow x = \frac{1}{2}y + \frac{5}{2}$
 $\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1 = f^{-1}(x) \quad x \in (-\infty, 4]$
 $S = \frac{1}{4} (1 + 1) \times 2 = \frac{1}{2}$

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}} \quad x^2 - 5 = 0 \quad x^2 = 5 \quad x = \pm\sqrt{5}$ (مجاوب قائم)
 $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{5x^2}{x^2 - 1}}$
 $x \rightarrow +\infty \rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}} = 1$
 $x \rightarrow -\infty \Rightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}} = -1$
 $y^2 = \frac{x^2}{x^2 - 5} \Rightarrow y^2(x^2 - 5) = x^2 \Rightarrow y^2 x^2 - 5y^2 = x^2 \Rightarrow x^2(y^2 - 1) = 5y^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{5y^2}{y^2 - 1}}$
 چون همواره x را می توانیم علامت دهیم به حالت مثبت!

در صورتی تابع یک به یک می شود که یا طول دایره صفر باشد یا عددی مجهول $x_5 = K \in \mathbb{R}$ (در هر صورت x_5 است!)
 در صورتی تابع یک به یک می شود که در دایره استریم باشد یا عددی مجهول $x_5 = 3$
 $\Rightarrow K$ باید که K نگردد و یا K دو تا خاص باشد و یک نماند.
 $4 - 11K = -4 + 2 + 3K \Rightarrow 2K = -12 \Rightarrow K = -6 \Rightarrow K \in (-\infty, 6]$
 که در این حالت تابع یک به یک است!

$$f(x) = 3x + |x| \quad f(x) = \begin{cases} 4x & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases} \rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{x}{\epsilon} & x \geq 0 \\ \frac{x}{\gamma} & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\gamma} x + b |x|$$

$$a \times b = \frac{1}{\gamma} \times \left(\frac{1}{\gamma}\right) = \frac{1}{1\gamma}$$

$$\frac{1}{\gamma} x + b x = \frac{x}{\epsilon} \Rightarrow b = \frac{1}{\epsilon}$$

$$\frac{1}{\gamma} x - b x = \frac{x}{\gamma} \Rightarrow b = -\frac{1}{\gamma}$$

6

$$f(x) = \frac{3x+4}{x+m} \xrightarrow{f(x)=-1} \frac{1}{x+m} = -1 \Rightarrow m = -3 \Rightarrow f(x) = \frac{3x+4}{x-3} \rightarrow f'(x) = f(x) \text{ "این دو تابع یکدیگر هستند"}$$

$$\Rightarrow y = f \circ f'(x) + f'(x) = x + \frac{3x+4}{x-3}$$

تقاطع
منبسط
رسم

$$\rightarrow x = \frac{3x+4}{x-3} + x \Rightarrow 0 = \frac{3x+4}{x-3} \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

7

$$f(3-m) = 2 - g\left(\frac{x}{\gamma}\right) \xrightarrow{x = \frac{3-m}{\gamma}} f\left(3 - \gamma\left(\frac{3-m}{\gamma}\right)\right) = 2 - g\left(\frac{3-m}{\epsilon}\right) \Rightarrow f(x) = 2 - g\left(\frac{3-m}{\epsilon}\right)$$

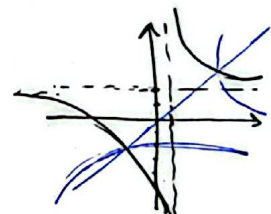
$$f'(-2) = m \Rightarrow f(m) = -2 \Rightarrow f(m) = 2 - g\left(\frac{3-m}{\epsilon}\right) \Rightarrow g\left(\frac{3-m}{\epsilon}\right) = 4 \Rightarrow g'(\epsilon) = \frac{3-m}{\epsilon}$$

$$\Rightarrow 4g'(\epsilon) + f'(-2) = 4\left(\frac{3-m}{\epsilon}\right) + m = 3 - m + m = 3$$

8

$$y = \frac{\omega x - 3}{1-x} \xrightarrow{\text{قرصه نشینیم}} y = \frac{\omega x + 3}{x+1} \xrightarrow{\substack{-1, \gamma \text{ بدهیم} \\ x \rightarrow x-\gamma \\ \text{و دایره بکشیم}}} y = \frac{\omega x + 3}{x-1} - 3 \Rightarrow y = \frac{\gamma x + 4}{x-1} = f(x)$$

$$\Rightarrow \text{بالا بجنب} \rightarrow \frac{\gamma x + 4}{x-1} = x \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow \text{مجموع} = -\frac{b}{a} = 3$$



9

← باز به شکل شامل های بخش و f و f' های خط y=x

$$y = x + f[x] \xrightarrow{\text{از دست راست به چپ}} [y] = [x + f[x]] \Rightarrow [y] = \omega[x] \Rightarrow [x] = \frac{[y]}{\omega}$$

$$y - f[x] = x \xrightarrow{[x] = \frac{[y]}{\omega}} y - f\left(\frac{[y]}{\omega}\right) = x \xrightarrow{\text{x و y جدا}} x - \frac{f[x]}{\omega} = y = f'(x) = g(x)$$

$$(f-g)(x) = x + f[x] - x - \frac{f[x]}{\omega} = \frac{\gamma f[x]}{\omega}$$

10