Name اروین قنبریان تکلیف ⑩

① $f(x)=\frac{۳x-۱}{۲} \longrightarrow f^{-1}(x)=\frac{۲x+۱}{۳} \xrightarrow{x=0} y=\frac{۱}{۳}$

$\xrightarrow{y=0} x=-\frac{۱}{۲}$

$S=\frac{۱}{۳}\times(+\frac{۱}{۲})\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۱۲}$

② $y=x^۲-۲x+۳ \quad x\geq ۱ \qquad y=(x-۱)^۲+۲ \xrightarrow[\text{به راست}]{\text{دامنه از راس}}$ یک به یک

$\longrightarrow \quad R=[۲,+\infty) \quad D=[۱,+\infty)$

$y^{-1}=\pm\sqrt{x-۲}+۱ \xrightarrow[\text{تابع } y^{-1} \text{ در دامنه } y]{\text{با توجه به برد}} y^{-1}=+\sqrt{x-۲}+۱ \qquad x\geq ۲$

ب) $y=x^۲-۲x+۳ \quad x\geq ۳ \qquad y=(x-۱)^۲+۲ \xrightarrow[\text{به راست}]{\text{دامنه از راس}}$ یک به یک

$D_y=[۳,+\infty) \quad R=[۶,+\infty)$

$y^{-1}=\pm\sqrt{x-۲}+۱ \xrightarrow[\text{تابع } y^{-1} \text{ در دامنه } y]{\text{با توجه به برد}} y^{-1}=\sqrt{x-۲}+۱ \qquad x\geq ۶$

③ $f(x)=۲x-\sqrt{۱۶-۴x(۴-x)} \Rightarrow f(x)=۲x-\sqrt{۱۶-۱۶x+۴x^۲}$

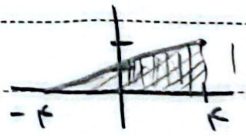
$\Rightarrow f(x)=۲x-\sqrt{۴(x^۲-۴x+۴)} \Rightarrow f(x)=۲x-۲|x-۲|$

| $۲x+۲x-۴$<br>$۴x-۴$ | ۲ | $۲x-۲x+۴=۴$<br>نا یک به یک |
|---|---|---|

$\longrightarrow f(x)=۴x-۴ \quad x\leq ۲$

$R=(-\infty,۴]$

$\longrightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+۴}{۴} \longrightarrow x\leq ۴$



$S_{\text{ذوزنقه}}=\frac{(۲+۱)۴}{۲}=۶$

④ $y=\frac{x}{\sqrt{x^۲-۵}} \xrightarrow{\text{تابع یک به یک است}} x=\frac{y}{\sqrt{y^۲-۵}} \qquad x^۲=\frac{y^۲}{y^۲-۵}$

$x^۲y^۲-۵x^۲=y^۲ \qquad x^۲y^۲-y^۲=۵x^۲ \qquad y^۲(x^۲-۱)=۵x^۲ \rightarrow y^۲=\frac{۵x^۲}{x^۲-۱}$

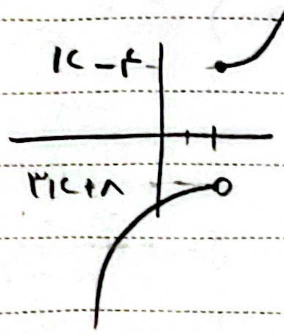
$y=\pm\sqrt{\frac{۵x^۲}{x^۲-۱}} \xrightarrow[f^{-1}(\frac{۳}{۲})=۳]{f(۳)=\frac{۳}{۲}}$ جواب مثبت است $\rightarrow y=+\sqrt{\frac{۵x^۲}{x^۲-۱}}$

۴ـ۸

⑤ $$g(x) = \begin{cases} x^{۲} - ۴x + k & ; \quad x \geq ۲ \\ -x^{۲} + ۶x + ۳k & ; \quad x < ۲ \end{cases}$$

$-۴+۱۲+۳k$

$۳k+۸$



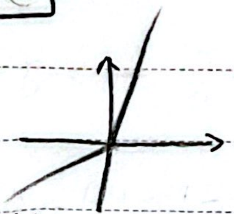
$$\xrightarrow{} ۳k+۸ \leq k-۴$$

$$۲k \leq -۱۲$$

$$\boxed{k \leq -۶}$$

⑥ $f(x) = ۳x + |x|$

| | ۰ | |
|---|---|---|
| ۲x | | ۴x |



$$f(x) = \begin{cases} ۴x & x > ۰ \\ ۲x & x \leq ۰ \end{cases} \longrightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{۴} & x > ۰ \\ \frac{x}{۲} & x \leq ۰ \end{cases}$$

$$\longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{۳x}{۸} - \left|\frac{x}{۸}\right| \longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{۳}{۸}x - \frac{۱}{۸}|x|$$

$a = \frac{۳}{۸}$ , $b = -\frac{۱}{۸}$ , $ab = \frac{-۳}{۶۴}$

⑦ $$f(x) = \frac{۳x+۴}{x+m} \xrightarrow{(۲\,,\,-۱۰)} \frac{۱۰}{۲+m} = -۱۰ \longrightarrow m = -۳$$

$$f(x) = \frac{۳x+۴}{x-۳} \xrightarrow{a+d=۰} f(x) = f^{-1}(x)$$

$$f\circ \cancel{f^{-1}(x)} + f^{-1}(x) = x$$

$$\cancel{x} + f(x) = \cancel{x} \longrightarrow f(x) = ۰ \longrightarrow x = -\frac{۴}{۳}$$

⑧ $f(۳-۲x) = ۲ - g(\frac{x}{۲})$

$۲ - g(\frac{x}{۲}) = -۲ \longrightarrow g(\frac{x}{۲}) = ۴ \xrightarrow{g^{-1}(x)} \frac{x}{۲} = g^{-1}(۴)$

$g(\frac{x}{۲}) = ۲ - f(۳-۲x) = ۴ \longrightarrow f(۳-۲x) = -۲ \xrightarrow[f^{-1}(x)]{} ۳-۲x = f^{-1}(-۲)$

$۴(\cancel{\frac{x}{۲}}) + ۳ - \cancel{۲x} = ۳$

⑨ $-x = \frac{-۵y-۱۳}{۱+y} \longrightarrow \cancel{x} = \frac{۵y+۱۳}{۱+y} = x \qquad y = -\frac{x-۱۳}{x-۵}$

$y = \frac{۱۳-x}{x-۵} \longrightarrow y = \frac{۱۳-(x+۲)}{(x-۲)-۵} - ۳ \Rightarrow y = \frac{-x+۱۵}{x-۷} - ۳ = \frac{۵x-۱۳}{۱-x}$

$\frac{-x+۱۵-۳x+۲۱}{x-۷} = \frac{۵x-۱۳}{۱-x} \longrightarrow \frac{-۴x+۳۶}{x-۷} = \frac{۵x-۱۳}{۱-x}$

$-۴۰x \qquad -۴۸$

$\longrightarrow -\cancel{۴}x + ۳۶ + \cancel{۴x^۲} - \cancel{۳۶}x = ۵x^۲ - \cancel{۳۵}x - \cancel{۱۳}x + ۹۱$

$\longrightarrow y = x^۲ - ۸x + ۵۵ \xrightarrow{S}$ ⑧ $\longrightarrow$ جمع ریشه‌ها

⑩ $f(x) = x + ۴[x] \longrightarrow x = y + ۴[y] \longrightarrow [x] = [y + ۴[y]]$

$\longrightarrow [x] = ۴[y] + [y] \longrightarrow [x] = ۵[y] \xrightarrow{\text{جایگذاری}} x = y + ۴\frac{[x]}{۵}$

$\longrightarrow g(x) = x - \frac{۴}{۵}[x] \qquad \cancel{x} + ۴[x] - \cancel{x} + \frac{۴}{۵}[x] = \boxed{\frac{۲۴}{۵}[x]}$