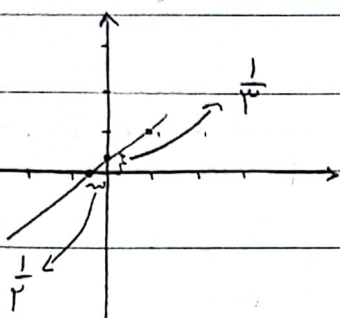


$$xy = 3n - 1 \Rightarrow x = \frac{xy + 1}{y} \stackrel{\text{جایگزینی}}{=} y = \frac{3n + 1}{3}$$

(۱)



$$n = 0 \rightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$n = -\frac{1}{3} \rightarrow y = 0$$

$$S = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{12}$$

$$\text{الف) } y = n^2 - 2n + 3, n \in [1, +\infty) \quad n_S = \frac{-b}{2a} = 1$$

(۲)

تابع یک به یک است (از درج دوم، دامنه از ۱ به بالا، پس یک به یک و معکوس پذیر است).

$$\Rightarrow y = n^2 - 2n + 3 = (n - 1)^2 + 2 \Rightarrow n = \sqrt{y - 2} + 1 \stackrel{\text{معکوس}}{=} y = \sqrt{n - 2} - 1$$

$$n = 1 \rightarrow y = 2, R_f = [2, +\infty) = D_{f^{-1}} \Rightarrow D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$$

$$\text{ب) } y = n^2 - 2n + 3, n \in [3, +\infty) \quad n_S = \frac{-b}{2a} = 1$$

همچون دامنه‌ی تابع در تابع الف است پس تابع یک به یک و معکوس پذیر است.

$$\Rightarrow f^{-1} = \sqrt{n - 2} - 1, R_f = D_{f^{-1}} = [4, +\infty)$$

$$y = \frac{n}{\sqrt{n^2 - \omega}} \quad \frac{n_1}{\sqrt{n_1^2 - \omega}} = \frac{n_2}{\sqrt{n_2^2 - \omega}} \Rightarrow \frac{n_1^2}{n_1^2 - \omega} = \frac{n_2^2}{n_2^2 - \omega} \quad (4)$$

$$D_f = (-\infty, -\sqrt{\omega}) \cup (\sqrt{\omega}, +\infty)$$

$$\Rightarrow n_1^2 n_2^2 - \omega n_1^2 = n_1^2 n_2^2 - \omega n_2^2 \Rightarrow |n_1| = |n_2|$$

چون دارای نهای + تابع مثبت می شود درازای های منفی، متوجه شود $f(n_1) = f(n_2)$
 n_1 و n_2 هم علامت می باشند $\Leftarrow n_1 = n_2$ تابع یک به یکی باشد.

$$\Rightarrow y^2 = \frac{n^2}{n^2 - \omega} \Rightarrow n^2 = \frac{\omega y^2}{y^2 - 1} \xrightarrow{\text{مضروب}} y = \pm \sqrt{\frac{\omega n^2}{n^2 - 1}}$$

$$g(n) = \begin{cases} n^2 - 4n + K & n \geq 2 \\ -n^2 + 4n + 3K & n < 2 \end{cases} \xrightarrow{R_g} \begin{cases} [-4 - 1 + K, +\infty) \\ = [K - 4, +\infty) \end{cases} \quad (5)$$

$$\xrightarrow{R_g} (-\infty, -4 + 12 + 3K) = (-\infty, 3K + 8)$$

بر ضابطه اول به سمت $+\infty$ و بر ضابطه دوم به سمت $-\infty$ می رود و نباید درازای ضابطه
 $12 + 3K \leq K - 4 \Rightarrow 2K \leq -12 \Rightarrow K \leq -6 \Leftarrow$ مقادیر n داشته باشند

$$f(n) = 3n + 1/n \quad \begin{cases} n \geq 0 \xrightarrow{\text{ضرب}} 4n \xrightarrow{\text{ضرب}} y = \frac{1}{4}n \rightarrow R = [0, +\infty) = D_f^{-1} \\ n < 0 \xrightarrow{\text{ضرب}} 2n \xrightarrow{\text{ضرب}} y = \frac{1}{2}n \rightarrow R = D_f^{-1} = (-\infty, 0) \end{cases} \quad (6)$$

$$f^{-1}(n) = an + b/n \quad \begin{cases} n \geq 0 \xrightarrow{\text{ضرب}} (a+b)n \\ n < 0 \xrightarrow{\text{ضرب}} (a-b)n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = \frac{1}{4} \\ a-b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{3}{4}, b = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow ab = \left(\frac{3}{4}\right)\left(-\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{3}{16}\right)$$

$$f(n) = \frac{rn+t}{n+m} \quad (r, -10) \quad -10 = \frac{10}{r+m} \Rightarrow -10 - 10m = 10 \quad (V)$$

$$\Rightarrow 10m = -10 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow f(n) = \frac{rn+t}{n-1} = \frac{an+b}{cn+d}$$

چون دین تابع $a=d$ و $b=c$ است پس با مقایسه داریم:

$$\Rightarrow f^{-1}(n) = \frac{rn+t}{n-1} \quad \text{و} \quad f \circ f^{-1}(n) = n, \quad n \in \mathbb{R} - \{1\}$$

$$\Rightarrow g = f \circ f^{-1}(n) = f^{-1}(n) = n + \frac{rn+t}{n-1} \Rightarrow \frac{n^2 - rn + rn + t}{n-1}$$

$$\Rightarrow g = \frac{n^2 + t}{n-1} \quad \text{فقط با مقایسه} \quad \Rightarrow \frac{n^2 + t}{n-1} = n$$

$$\Rightarrow n^2 + t = n^2 - rn \Rightarrow n = \frac{-t}{r}$$

$$y = \frac{an-1}{1-n} \quad \text{فقط با مقایسه} \quad -y = \frac{-an-1}{1+n} \Rightarrow y = \frac{an+1}{1+n} \quad (9)$$

$$\text{فقط با مقایسه} \quad y = \frac{a(n-1)+1}{1+n-1} = \frac{an+1}{n-1} \quad \text{فقط با مقایسه} \quad \frac{an+1}{n-1} = \frac{an+1}{n-1} \quad \text{و} \quad \frac{an+1}{n-1} = \frac{an+1}{n-1}$$

$$\Rightarrow y = \frac{rn+4}{n-1} \Rightarrow f(n) = \frac{rn+4}{n-1} \Rightarrow n = \frac{y+4}{y-r} \quad \text{فقط با مقایسه} \quad y = \frac{n+4}{n-r}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(n) = f(n) \Rightarrow \frac{rn+4}{n-1} = \frac{n+4}{n-r} \Rightarrow rn^2 + rn - 1r = n^2 + 4n - 4$$

$$\Rightarrow rn^2 - rn - 4 = 0 \Rightarrow n = \frac{r \pm \sqrt{r^2 + 16}}{r}$$

$$\Rightarrow n_1 + n_2 = \frac{r + \sqrt{r^2 + 16} + r - \sqrt{r^2 + 16}}{r} = \frac{4}{r} = \frac{1}{r}$$

$$f(n) = n + f[n] \xrightarrow[y=n]{\text{قرینه}} n = y + f[y] \quad (10)$$

$$\Rightarrow y = n + f[n] \quad \Rightarrow y = n - f[y]$$

$$\Rightarrow [y] = [n + f[n]] = \omega[n]$$

$$[y] = \omega[n] \rightarrow y = n - \gamma_0[n] \Rightarrow g(n) = n - \gamma_0[n]$$

$$\Rightarrow (f - g)(n) = n + f[n] - n + \gamma_0[n] = \gamma f[n]$$