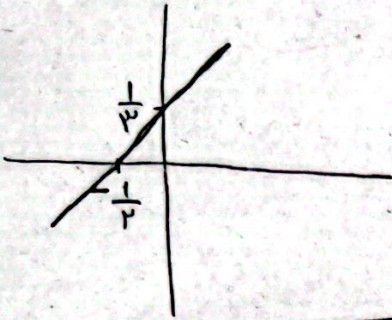


$$y = \frac{1}{3}x - 1 \rightarrow \frac{y+1}{\frac{1}{3}} = x \quad y = \frac{2x+1}{3} = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$



$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = 0 \quad \frac{2}{3}x = -\frac{1}{3} \quad x = -\frac{1}{2}$$

$$\Delta = \frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{1^2 - 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}{4 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{1 - \frac{4}{9}}{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{5}{9}}{\frac{4}{3}} = \frac{5}{12}$$

الف)  $y = x^2 - 2x + 3$  طول رأس  $x \in [1, +\infty)$   $\Rightarrow$  یک به یک است

$$y = (x-1)^2 + 2 \quad y - 2 = (x-1)^2 \quad \sqrt{y-2} = \sqrt{(x-1)^2}$$

$$\sqrt{y-2} = |x-1| \quad \textcircled{1} \quad \sqrt{y-2} = x-1$$

$$\textcircled{1} \rightarrow x = \sqrt{y-2} + 1 \quad y = x^2 - 2x + 3$$

$$\textcircled{2} \rightarrow x = \sqrt{y-2} - 1 \rightarrow \sqrt{y-2} = -x + 1$$

$$x = 1 - \sqrt{y-2} \rightarrow y = 1 - \sqrt{x-2} \quad \textcircled{2 \& 1} \rightarrow y = 1 \pm \sqrt{x-2}$$

حال برای اینکه بفهمیم که این علامت صحیح است باید توجه کرد  
 پس باید  $D_f = R_{f^{-1}} = [1, +\infty)$  و از آن بانی که  $D_f$  برابر است با  $[2, +\infty)$  برای اینکه  $R_{f^{-1}}$  نیز صحیح شود قضا علامت + برای ما قابل قبول است

$$y = 1 + \sqrt{x-2}$$

ب)  $y = x^2 - 2x + 3$   $\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \quad x \in [3, +\infty)$   $y = (x-1)^2 + 2$   
 $y - 2 = (x-1)^2 \quad \sqrt{y-2} = |x-1| \Rightarrow y = 1 \pm \sqrt{x-2}$  از  $R_{f^{-1}}$  باید

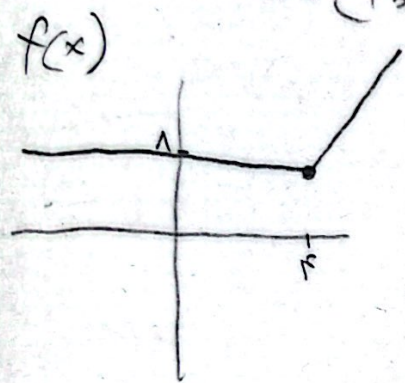
با  $y = 1 + \sqrt{x-2}$  قابل قبول است با دامنه  $x \in [3, +\infty)$

$$f(x) = 2x - \sqrt{4 - f(x)(f-x)} = 2x - \sqrt{4(f-x)(f+x)} = 2x - \sqrt{4f^2 - x^2} = 2x - \sqrt{4f^2 - x^2}$$

ریشه دایره دایره

$$x \leq f \quad 2x - (1 - 2x) = 2x - 1 + 2x = 4x - 1$$

$$x > f \quad 2x - (2x - 1) = 2x - 2x + 1 = 1$$



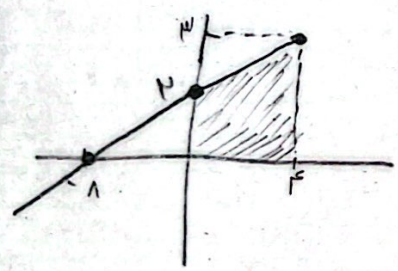
با توجه به نمودار نتیجه می گیریم در بازه  $[4, \infty)$  یک به یک و در نتیجه وارون پذیر است با ضابطه  $4x - 1$  حال باید این ضابطه را حلقه کنیم

به شرط  $x \leq 4$

$$y = 4x - 1$$

$$\frac{y+1}{4} = x$$

$$y = \frac{x+1}{4} \rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{4} = 0 \quad \frac{1}{4}x = -\frac{1}{4} \quad x = -1$$

$$\frac{(x+1) + (x-1)}{4} = \frac{2x}{4} = \frac{x}{2} = 10 \Rightarrow x = 20$$

$$f(x_1) = f(x_2) \quad \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 5}} \xrightarrow{\text{به توان 2}} \frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5}$$

$$\frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} - \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5} = \frac{x_1^2(x_2^2 - 5) - x_2^2(x_1^2 - 5)}{(x_1^2 - 5)(x_2^2 - 5)} = \frac{x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 - x_1^2 x_2^2 + 5x_2^2}{(x_1^2 - 5)(x_2^2 - 5)} = \frac{5(x_2^2 - x_1^2)}{(x_1^2 - 5)(x_2^2 - 5)}$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}}$$

$$y^2 = \frac{x^2}{x^2 - 5}$$

$$y^2 x^2 - 5y^2 = x^2 \quad x^2(y^2 - 1) = 5y^2$$

$$x^2 = \frac{5y^2}{y^2 - 1} \quad x = \frac{\sqrt{5}y}{\sqrt{y^2 - 1}} \rightarrow y = \frac{\sqrt{5}x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

چون  $x$  و  $y$  هر علامت اند پس  $\pm$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + k & x \geq 1 \\ -x^2 + 6x + 3k & x < 1 \end{cases} \quad \text{⑤}$$

$x=1 \rightarrow 1 - 4 + k = k - 3$

$x=1 \rightarrow -1 + 6 + 3k \leq k - 3$

$$1 + 3k \leq k - 3$$

$$2k \leq -4$$

$$\boxed{k \leq -2}$$

$$f(x) = 3x + |x| \quad \begin{cases} x \geq 0 & 4x \\ x < 0 & 2x \end{cases} \quad \text{⑥}$$

۳/۸ و ۱/۸ به هم اضافه می‌شود و آن‌ها ۱/۸ می‌شود به این ترتیب آن‌ها

$$y = 4x \quad x = \frac{y}{4}$$

$$y = 2x \quad x = \frac{y}{2}$$

$$y = \frac{1}{4}x \quad x \geq 0$$

$$y = \frac{1}{2}x \quad x < 0$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{8}x + \frac{1}{8}|x|$$

$$g(x) = \frac{3}{8}x - \frac{1}{8}x$$

برای اینکه ضرایب مساوی باشند باید  $-\frac{1}{8}$  بگیریم

$$a = \frac{3}{8} \quad b = -\frac{1}{8}$$

$$ab = \frac{3}{8} \times -\frac{1}{8} = -\frac{3}{64}$$

$$f(x) = \frac{3x + 4}{x + 1} \quad (1, 9 - 10) \quad x=1 \rightarrow \frac{4+4}{1+1} = 4 \quad -10 - 10m = 10$$

$$-10 = 10m \quad m = -1$$

$$f(x) = \frac{3x + 4}{x - 1}$$

$$f \circ f^{-1}(x) = x \quad f^{-1}(x) \rightarrow$$

$$y \cdot x - 3y = 3x + 4$$

$$y \cdot x - 3x = 3y + 4$$

$$x(y - 3) = 3y + 4$$

$$x = \frac{3y + 4}{y - 3} \rightarrow y = \frac{3x + 4}{x - 3}$$

چون مع  $a$  و  $d$  منجر به از اول معلوم بود معادله آن را در دست می آید

$$y = f \circ f^{-1}(x) + f^{-1}(x) = x + \frac{3x+4}{x-3}$$

$$\frac{x^2 - 3x + 3x + 4}{x-3} = \frac{x^2 + 4}{x-3}$$

این سازگار است  $y = x$

$$\frac{x^2 + 4}{x-3} = x$$

$$x^2 - 3x = x^2 + 4 \quad -3x = 4 \quad x = -\frac{4}{3}$$

①

$$f(3-x) + g\left(\frac{x}{2}\right) = 2 \quad f(3-x) = a \quad f^{-1}(a) = 3-2x$$

$$a + g\left(\frac{x}{2}\right) = 2 \quad g\left(\frac{x}{2}\right) = 2-a \quad g^{-1}(2-a) = \frac{x}{2} \quad x = 2g^{-1}(2-a)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= 2g^{-1}(2-a) \\ x &= \frac{3-f^{-1}(a)}{2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} f \cdot g^{-1}(2-a) &= 3-f^{-1}(a) \\ f \cdot g^{-1}(2-a) + f^{-1}(a) &= 3 \quad a = -2 \\ f \cdot g^{-1}(2) + f^{-1}(-2) &= 3 \Rightarrow \boxed{3} \end{aligned}$$

جواب آخر

② برای پیدا کردن مرتبه ضابطه نسبت به  $x$  و  $y$  با هم متفاوت باید بای  $x$  و  $y$  با هم  $y$  بگذارد

$$y = \frac{\omega x - 13}{1-x} \xrightarrow{x \rightarrow -x} y = \frac{\omega(-x) - 13}{1-(-x)} = \frac{-\omega x - 13}{1+x}$$

$$y = \frac{-\omega x - 13}{1+x} \xrightarrow{y \rightarrow -y} -y = \frac{-\omega x - 13}{1+x} \xrightarrow{x \rightarrow -x} y = \frac{\omega x + 13}{1+x}$$

$$\frac{\omega(x-2) + 13}{1+(x-2)} = \frac{\omega x - 2\omega + 13}{1+x-2} = \frac{\omega x + 3}{x-1} - 3 = \frac{\omega x + 3 - 3x + 3}{x-1} =$$

$$f(x) = \frac{2x+6}{x-1} \xrightarrow{f^{-1} \text{ و } b} yx - y = 2x + 6$$

و  $a$  به  $b$  باید  $3$  و  $a$  به  $b$  باید  $3$

$$yx - 2x = y + 6 \quad x(y-2) = y+6 \quad x = \frac{y+6}{y-2} \quad y = \frac{x+6}{x-2}$$

$$\frac{x+6}{x-2} = \frac{2x+6}{x-1}$$

ادامه صفحه

(9)

$$\frac{x+4}{x-1} = \frac{2x+4}{x-1}$$

$$x^2 + 4x - 4 = 2x^2 + 4x - 4x - 12$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$S = -\frac{b}{a} = \frac{2}{1} = 2$$

(10)

مربع نسبت به  $y = x$  یعنی معکوس می کنیم

$$y = x + 4[x]$$

$$x = y + 4[y]$$

$$y = x - 4[y]$$

از طرف این برداشت می گیریم

$$[x] = [y + 4[y]] \Rightarrow [x] = 5[y] \rightarrow [y] = \frac{[x]}{5}$$

$$y = x - 4[y] \rightarrow y = x - 4\left(\frac{[x]}{5}\right) \rightarrow y = x - \frac{4[x]}{5}$$

$$g(x) = x + \frac{-4[x]}{5} \quad (f-g)(x) ?$$

$$x + 4[x] - x + \frac{4}{5}[x] = \left(4 + \frac{4}{5}\right)[x] = \frac{20+4}{5}[x] = \frac{24}{5}[x]$$

$$\frac{24}{5}[x]$$