

۱۵/۲۵

A دوازدهم

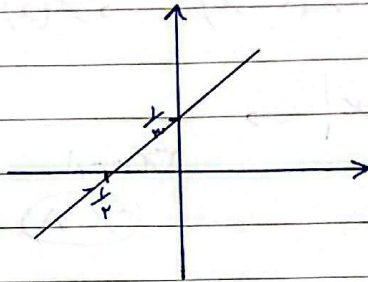
تالیف ۱۵

ماریا رضوی

$$2y = 3x - 1 \xrightarrow{\text{بازن}} 2x = 3y - 1$$

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \quad y' = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$x=0 \rightarrow y = -\frac{1}{2}$$



$$S = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}}{2} = \left(\frac{1}{12}\right) \checkmark$$

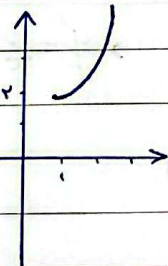
$$y=0 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

الف) $x^2 - 2x + 3 \quad x \in [1, +\infty)$

$$\Delta \text{Loc} (x^2 - 2x + 3)$$

⊕ محلول

$$\rightarrow \text{ext} \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}$$



(۱, ۲) ✓

$$y = x^2 - 2x + 3 \rightarrow x^2 - 2x + 1 + 2 \rightarrow (x-1)^2 + 2 = y \rightarrow y-2 = (x-1)^2$$

$$\xrightarrow{f^{-1}} (y-1)^2 = x-2 \rightarrow y = \pm \sqrt{x-2} + 1 \rightarrow \text{چون دامنه تابع } f(x) \text{ از } [1, +\infty) \text{ است پس برد } f^{-1} \text{ باید از } [2, +\infty) \text{ باشد}$$

$$y = +\sqrt{x-2} + 1 \checkmark \leftarrow \text{تنها ضابطه قابل قبول}$$

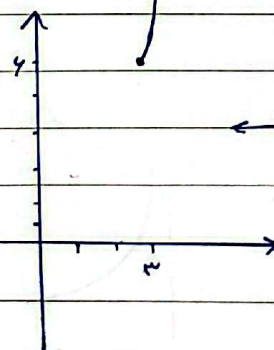
منفی آن قابل قبول نیست

$$D_{f^{-1}} = [2, +\infty) \checkmark$$

ب) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [3, +\infty)$

یک به یک است

$$x=3 \rightarrow \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \end{vmatrix}$$



$$y = x^2 - 2x + 3 \rightarrow y' = +\sqrt{x-2} + 1$$

$$\text{دامنه } f(x) = [3, +\infty) \leftarrow \text{برد تابع } f^{-1}(x) \leftarrow \text{تنها حالت } y' = +\sqrt{x-2} + 1 \text{ قابل قبول است}$$

$$D_{f^{-1}} \rightarrow [2, +\infty)$$

$$\boxed{x=2\sqrt{2}} \leftarrow x^2 = 2 \times 2$$

$$\sqrt{x-2} = \omega$$

$$\leftarrow f^{-1}(x) \text{ دامنه تابع } f(x) = [4, +\infty) \leftarrow \text{برد تابع } f(x)$$

Parsian

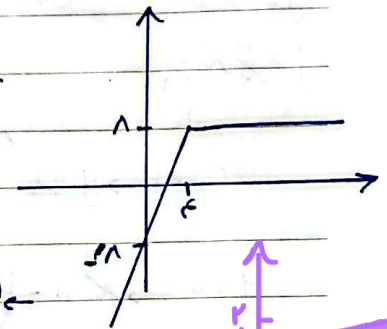
$$D_{f^{-1}} = R_f = [4, +\infty)$$

$f(x) = 2x - \sqrt{14 - 5x(5-x)} \rightarrow f(x) = 2x - \sqrt{5(5-x)(5-x)}$

$f(x) = 2x - 2|5-x| \rightarrow$

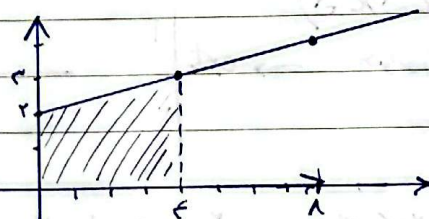
$f(x) = 2x - \sqrt{14 - 14x + 5x^2}$
 $\downarrow$

این تابع در بازه $(-\infty, 5]$ و از آن پیروی است.



$y = 5x - 1 \xrightarrow{f^{-1}} x = 5y - 1 \rightarrow y' = \frac{1}{5}x + 2$

$\frac{(2+3) \times 5}{2} = 10$



$\frac{(2+3) \times 5}{2} = 10$

$f(x) = 2x - 2|x-2|$

$x > 2 \rightarrow f(x) = 4x - 4$
 $x \leq 2 \rightarrow f(x) = 4x - 4$

$D_f = R_f = (-\infty, 4]$

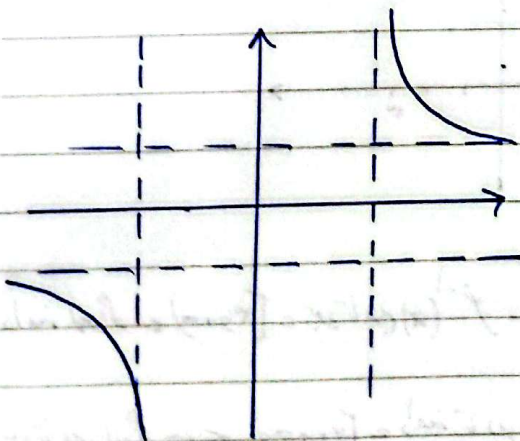
$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 2}}$

$x^2 - 2 = 0 \rightarrow x^2 = 2$

$x = \pm \sqrt{2}$

$f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{2x^2}{x^2 - 1}}$

$x \rightarrow +\infty \rightarrow \frac{x}{|x|} = 1$
 $x \rightarrow -\infty \rightarrow \frac{x}{|x|} = -1$

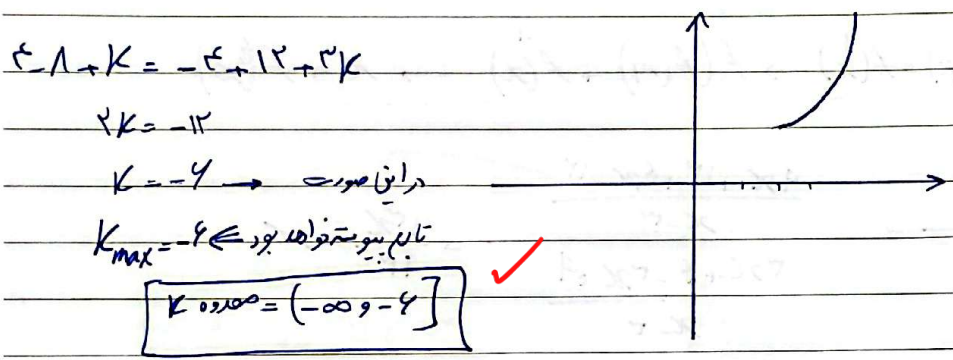


با توجه به شکل یک بیکی است!

(2)

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + k & x \geq 2 \\ -x^2 + 2x + 3k & x < 2 \end{cases}$$
 در صورتی تابع یک به یک است که ⑤ یا اگر هم تابع باشد ⑥
 یا عددی بعد از آن $k \in \mathbb{R}$ چون در هر صورت اگر هم تابع ⑤ است

در صورتی تابع یک به یک خواهد بود که ⑤ یا اگر هم باشد یا عددی
 قبل از آن و چون اگر هم تابع ③ است باید که رابطه کوئیدی قرار دهیم تا ۲ ضابطه ی یکسان نباشند.



(45)

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 0 \\ 4x & x \geq 0 \end{cases}$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & x \leq 0 \\ \frac{x}{4} & x \geq 0 \end{cases}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + b|x|$$

$$a \times b = \frac{1}{2} \times (-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2}x + b|x| = \frac{x}{4} \rightarrow b = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}x + b|x| = \frac{x}{2} \rightarrow b = \frac{1}{4}$$

$$g(x) = \begin{cases} (a+b)x & x \geq 0 \\ (a-b)x & x < 0 \end{cases}$$

$$a+b = \frac{1}{4}$$

$$a-b = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{3}{4} \quad b = -\frac{1}{4} \quad ab = -\frac{3}{16}$$

$$f(x) = \frac{rx + r}{x + m} \rightsquigarrow \frac{10}{r+m} = 10 \rightarrow \boxed{m = -r} \checkmark$$

(V)

$$f(x) \rightarrow y = \frac{rx + r}{x - r} \xrightarrow{f^{-1}} x = \frac{ry + r}{y - r} \rightarrow y = \frac{-rx - r}{x - r} \rightarrow y' = \frac{rx + r}{x - r}$$

$$f(f^{-1}(x)) \rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow f(f(x)) = f^{-1}(x) \rightarrow x = f(x)$$

$$\frac{r\left(\frac{rx + r}{x - r}\right) + r}{\left(\frac{rx + r}{x - r}\right) - r} = \frac{4x + 12 + 4x - 12}{x - r} = \frac{12x}{12} = x$$

$$x + f(x) = x + \frac{rx + r}{x - r} \Rightarrow y = x \rightarrow \frac{rx + r}{x - r} = 0 \rightarrow \boxed{x = -\frac{r}{r}} \checkmark$$

$$f(r - rx) = r - g\left(\frac{x}{r}\right)$$

(V)

$$f^{-1}(-r) \rightarrow f(r - rx) = -r = r - g\left(\frac{x}{r}\right)$$

$$\epsilon g^{-1}(\epsilon) \rightarrow g\left(\frac{x}{r}\right) = r \rightarrow r - g\left(\frac{x}{r}\right) = -r = f(r - rx)$$

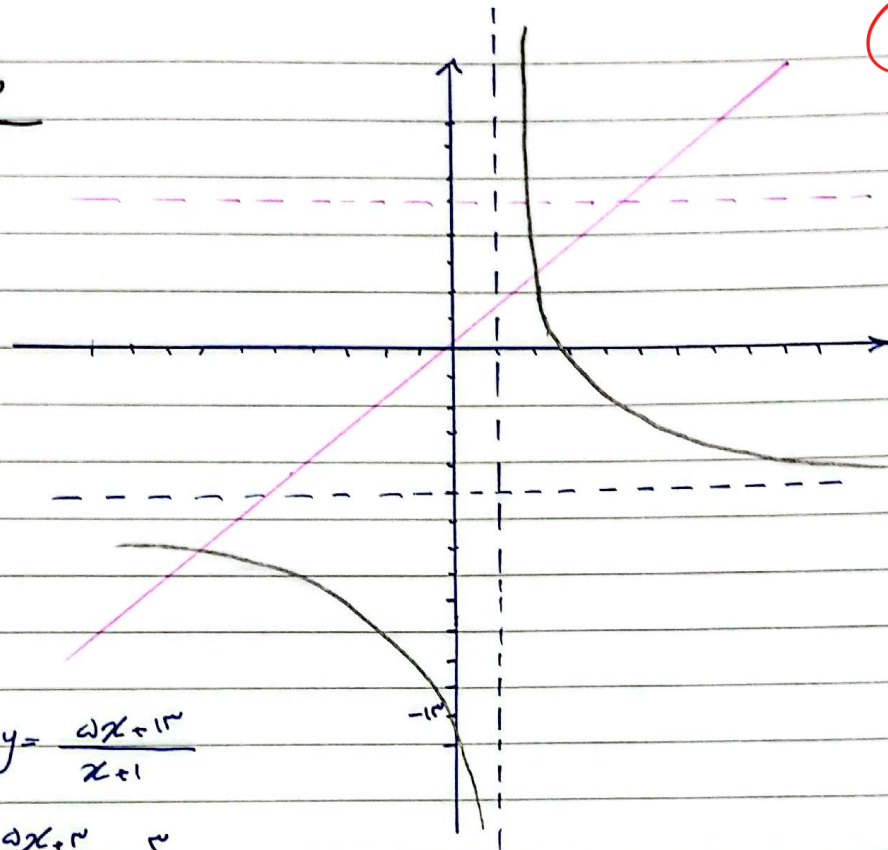
$$x = \frac{r - x}{r} \rightarrow f\left(r - r\left(\frac{r - x}{r}\right)\right) = r - g\left(\frac{r - x}{r}\right) = f(x) = r - g\left(\frac{r - x}{r}\right)$$

$$f^{-1}(-r) = m \Rightarrow f(m) = -r \Rightarrow f(m) = r - g\left(\frac{r - m}{r}\right) \rightarrow g\left(\frac{r - m}{r}\right) = r$$

$$\epsilon g^{-1}(\epsilon) + f^{-1}(-r) = \epsilon\left(\frac{r - n}{\epsilon}\right) + n \rightarrow (r) \checkmark$$

$$g^{-1}(\epsilon) = \frac{r - n}{\epsilon}$$

$$y = \frac{2x - 13}{-x + 1}$$



(۲) ۹

قرینه نسبت به مبدأ $\rightarrow y = \frac{2x + 13}{x + 1}$

ب. ب. ا. $\rightarrow y = \frac{2x + 13}{x + 1} - 2$

$f(x) = \frac{2x + 4}{x - 1} = 2x \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow \text{مربعیّه} = -\frac{b}{a} = 3 \checkmark$

قرینه تابع نسبت به خط $y = x$ همان $f^{-1}(x)$

(۲) ۱۰

$$f(x) = x + f[x]$$

ب. ا. $\rightarrow [y] = [x + f[x]] \Rightarrow [y] = \Delta[x] \rightarrow [x] = \frac{[y]}{\Delta}$

$y - f[x] = x \rightarrow [x] = \frac{[y]}{\Delta} \rightarrow y - \frac{f[y]}{\Delta} = x \xrightarrow{\text{جای } x \text{ عوض}}$

$x - \frac{f[x]}{\Delta} = y = f^{-1}(x) = g(x) \quad (f \circ g)(x) = x + f[x] - x + \frac{f[x]}{\Delta}$

$= \frac{2f[x]}{\Delta} \checkmark$