

1

$$2y = 3x - 1 \xrightarrow{\text{بازن}} 2x = 3y - 1$$

$$y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \quad y' = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

$x=0 \rightarrow y = -\frac{1}{2}$

$y=0 \rightarrow x = -\frac{1}{3}$

$S = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

2

الف) $x^2 - 2x + 3 \quad x \in [1, +\infty)$

$\Delta \text{Loc} (x^2 - 2x + 3)$

⊕ محلول $\rightarrow \text{ext} \begin{vmatrix} 1 \\ 2 \end{vmatrix}$

یک به یک است

$$y = x^2 - 2x + 3 \rightarrow x^2 - 2x + 1 + 2 \rightarrow (x-1)^2 + 2 = y \rightarrow y-2 = (x-1)^2$$

$\xrightarrow{f^{-1}} (y-1)^2 = x-2 \rightarrow y = \pm \sqrt{x-2} + 1$

چون دامنه تابع $f(x)$ از $[1, +\infty)$ است پس برد f^{-1} باید از $[0, +\infty)$ باشد

تنها ضابطه قابل قبول $y = +\sqrt{x-2} + 1$ است

منفی آن قابل قبول نیست

$D_{f^{-1}} = [2, +\infty)$

ب) $y = x^2 - 2x + 3 \quad x \in [3, +\infty)$

یک به یک است

$x=3 \rightarrow \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \end{vmatrix}$

یک به یک است

$y = x^2 - 2x + 3 \rightarrow y' = +\sqrt{x-2} + 1$

دامنه $f(x) = [3, +\infty)$ برد تابع $f^{-1}(x)$ تنها حالت $y' = +\sqrt{x-2} + 1$ قابل قبول است

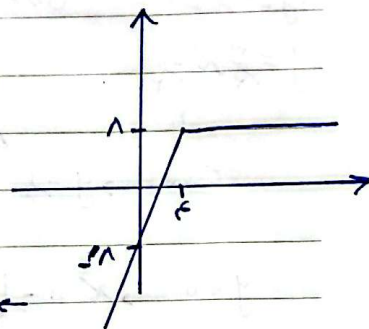
$D_{f^{-1}} \rightarrow [2\sqrt{2}, +\infty)$

$\sqrt{x-2} = \omega \rightarrow f^{-1}(\omega) = [4, +\infty) \leftarrow f(x) \text{ برد تابع}$

$\boxed{x=2\sqrt{2}} \rightarrow x^2 = 2\omega$

$$f(x) = 2x - \sqrt{14 - 5x(5-x)} \rightarrow f(x) = 2x - \sqrt{5(5-x)(5-x)}$$

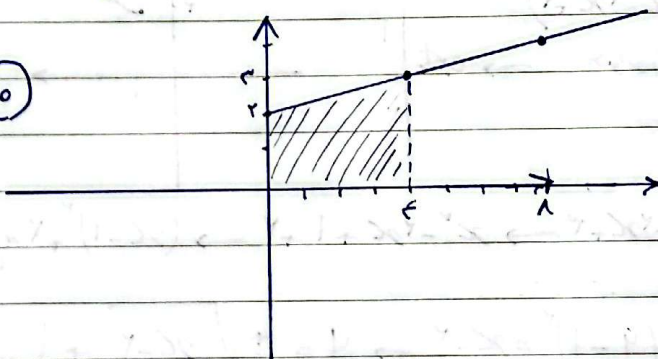
$$\begin{array}{c|c} \psi_{\mathcal{H}} = 1 & \psi_{\mathcal{H}} = \psi_{\mathcal{H}} + 1 \\ \textcircled{\psi_{\mathcal{H}} = 1} & \textcircled{1} \end{array}$$



این تابع در بازه $(-\infty, \frac{1}{e}]$ و از آن پس برآید.

$$y = \varepsilon x - 1 \xrightarrow{f^{-1}} x = \varepsilon y - 1 \rightarrow y' = \frac{1}{\varepsilon} x + 1 \quad D_{f^{-1}} \rightarrow (-\infty, 1]$$

$$\frac{(r + r')x^f}{r} = 10$$

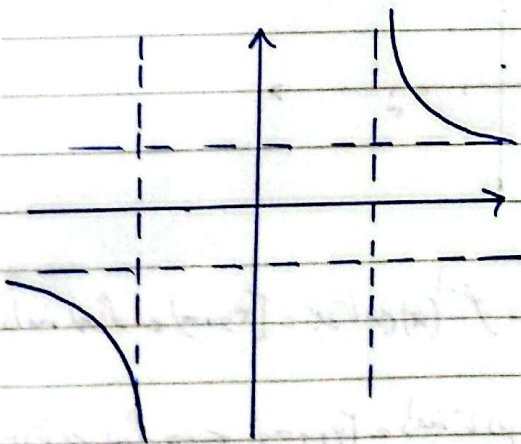

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - a}}$$

$$x^T \omega = 0 \rightarrow \text{~~linear~~} \quad x^T = \omega$$

مجانِبِ قائم و $x = \pm \sqrt{\omega}$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{\Delta x^T}{x^T - 1}}$$

$$x \begin{cases} \xrightarrow{+\infty} \frac{x}{|x|} = 1 \\ \xrightarrow{-\infty} -1 \end{cases}$$
 ← بجانب افق



(5)

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + k & x \geq 2 \\ -x^2 + 2x + 3k & x < 2 \end{cases}$$

در صورتی تابع یک به یک است که ⑤ یا اگر هم تابع باشد $\rightarrow$ یا عددی به از آن $k \in \mathbb{R}$ چون در هر صورت اگر هم تابع ⑤ است

در صورتی تابع یک به یک خواهد بود که ⑤ یا اگر هم تابع باشد عددی $\rightarrow$

قبل از آن و چون اگر هم تابع ③ است باید که رابطه کوئیدی قرار دهیم تا ۲ ضابطه ی یکسان ندهند.

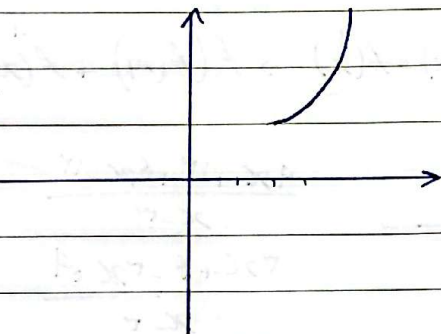
$$4 - 4 + k = -4 + 12 + 3k$$

$$2k = -12$$

$$k = -6 \rightarrow \text{در این صورت}$$

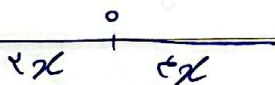
$$k_{\max} = -6 \leftarrow \text{تابع یک به یک خواهد بود}$$

$$k_{\text{max}} = (-\infty, -6]$$



(6)

$$f(x) = 3x + |x|$$

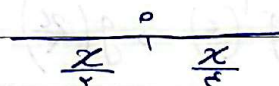


$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 0 \\ 4x & x \geq 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & x \leq 0 \\ \frac{x}{4} & x \geq 0 \end{cases}$$

$$a \times b = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{1}{8}\right)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + b|x|$$



$$\frac{1}{2}x + b|x| = \frac{x}{4} \rightarrow b = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}x + b|x| = \frac{x}{2} \rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \frac{rx + r}{x + m} \rightsquigarrow \frac{10}{r+m} = 10 \rightarrow \boxed{m = -r}$$

$$f(x) \rightarrow y = \frac{rx + r}{x - r} \xrightarrow{f^{-1}} x = \frac{ry + r}{y - r} \rightarrow y = \frac{-rx - r}{x - r} \rightarrow y' = \frac{rx + r}{x - r}$$

$$f(f^{-1}(x)) \rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \rightarrow f(f(x)) = f^{-1}(x) \rightarrow x = f^2(x)$$

$$\frac{r\left(\frac{rx + r}{x - r}\right) + r}{\left(\frac{rx + r}{x - r}\right) - r} = \frac{4x + 12 + rx - 12}{x - r} = \frac{1rx}{1r} = x$$

$$x + f(x) = x + \frac{rx + r}{x - r} \Rightarrow y = x \rightarrow \frac{rx + r}{x - r} = 0 \rightarrow \boxed{x = -\frac{r}{r}}$$

$$f(r - rx) = r - g\left(\frac{x}{r}\right)$$

$$f^{-1}(-r) \rightarrow f(r - rx) = -r = r - g\left(\frac{x}{r}\right)$$

$$\epsilon g^{-1}(\epsilon) \rightarrow g\left(\frac{x}{r}\right) = r \rightarrow r - g\left(\frac{x}{r}\right) = -r = f(r - rx)$$

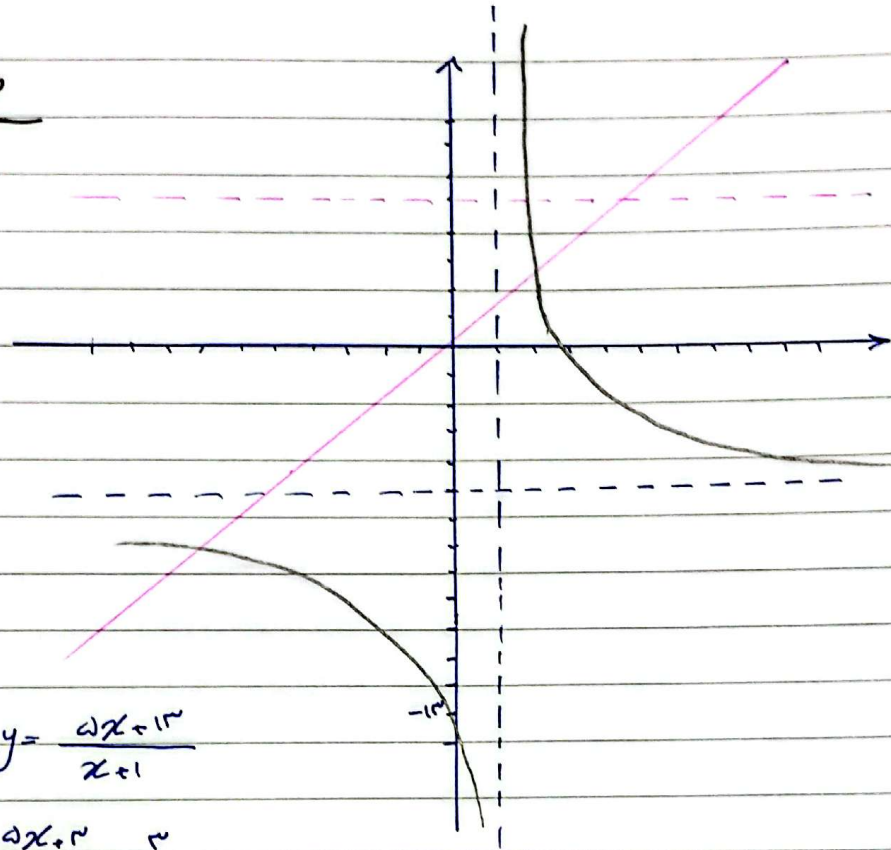
$$x = \frac{r - x}{r} \rightarrow f\left(r - r\left(\frac{r - x}{r}\right)\right) = r - g\left(\frac{\frac{r - x}{r}}{r}\right) = f(x) = r - g\left(\frac{r - x}{r}\right)$$

$$f^{-1}(-r) = m \Rightarrow f(m) = -r \Rightarrow f(m) = r - g\left(\frac{r - m}{r}\right) \rightarrow g\left(\frac{r - m}{r}\right) = r$$

$$\epsilon g^{-1}(\epsilon) + f^{-1}(-r) = \epsilon\left(\frac{r - n}{r}\right) + n \rightarrow (r)$$

$$g^{-1}(\epsilon) = \frac{r - n}{r}$$

$$y = \frac{2x - 13}{-x + 1}$$



قرینه نسبت به مبدأ $\rightarrow y = \frac{2x + 13}{x + 1}$

ب. ب. ا. $\rightarrow y = \frac{2x + 13}{x + 1} - 13$

$$f(x) = \frac{2x + 13}{x + 1} = 26 \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \rightarrow \text{مربعیة} = \frac{-b}{a} = \frac{3}{1} = 3$$

قرینه تابع نسبت به خط $y = x$ همان $f^{-1}(x)$

(10)

$$f(x) = x + c[x]$$

ب. ا. $\rightarrow [y] = [x + c[x]] \Rightarrow [y] = c[x] \rightarrow [x] = \frac{[y]}{c}$

$y - c[x] = x \rightarrow [x] = \frac{[y]}{c} \rightarrow y - \frac{c[y]}{c} = x$ ب. ا. y عوض

$$x - \frac{c[x]}{c} = y = f^{-1}(x) = g(x) \quad (f - g)(x) = x + c[x] - x - \frac{c[x]}{c} = \frac{xc[x]}{c}$$