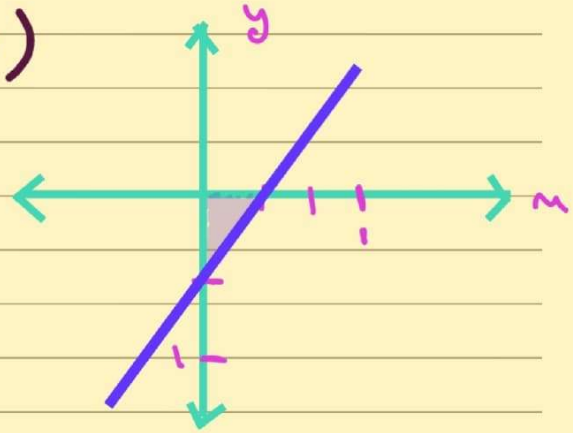
سارینا عابدینی

۱-

$2y = 3x - 1 \rightarrow 2y + 1 = 6x$

$\rightarrow \frac{2}{6}y + \frac{1}{6} = x \rightarrow y = \frac{3}{6}x + \frac{1}{6}$

$\Rightarrow (0, \frac{1}{6}), (-\frac{1}{3}, 0)$



$\rightarrow \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

۲-

$y = \underbrace{x^2 - 2x + 3}_{\Delta < 0} \rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$

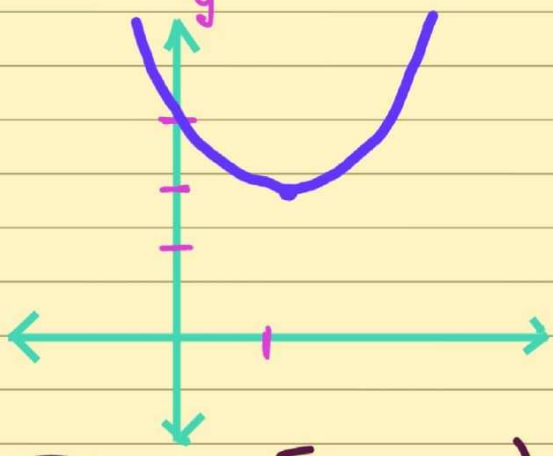
$\downarrow$

$(2, 1)$

$\rightarrow$ در صورتی که به یک می‌باشد

که $\rightarrow$ $D_f \in [1, +\infty)$

$\rightarrow$ $D_{f^{-1}} \in [2, +\infty)$



الف) یک به یک ✓ $\leftarrow$ $D_{f^{-1}} \in [2, +\infty)$

ب) یک به یک ✓ $\leftarrow$ $D_{f^{-1}} \in [3, +\infty)$

$y = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow x = y^2 - 2y + 3$

$\rightarrow x = (y-1)^2 + 2 \rightarrow y = \sqrt{x-2} + 1$

سازمان عالمی نمی

۳- $y = 2m - \sqrt{16 - 4m(4-m)}$

$y = 2m - \sqrt{4m^2 - 16m + 16} = 2m - \sqrt{4(m-2)^2}$

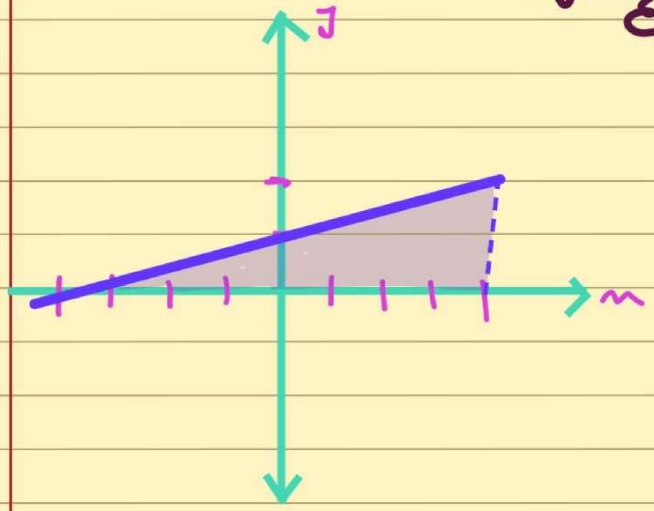
$y = 2m - 2|m-2|$

$m \geq 2 \rightarrow y = 2m - 2m + 4 = 4$ ✗ نیست

$m \leq 2 \rightarrow y = 2m + 2m - 4 = 4m - 4$ ✓

$y = 4m - 4 \rightarrow \frac{y+4}{4} = m \rightarrow y = \frac{m}{4} + 1$

$(0, 1)$ ، $(-4, 0)$



$S = \frac{1}{2}(1+2) \times 4 = 6$

$D_f \in (-\infty, 2]$

$m = 2 \rightarrow y = 2 - \sqrt{0} = 2$

$R_f \in (-\infty, 2]$

$D_{f^{-1}} \in (-\infty, 2]$

$(2, 4)$

تمرین عابدینی

۴- $y = \frac{m}{\sqrt{m^2-5}} \rightarrow m^2-5 \geq 0$

$\rightarrow m \in (-\infty, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, +\infty)$

$(\sqrt{5}, +\infty)$ $\rightarrow y = \frac{m}{\sqrt{m^2-5}} \times \frac{\sqrt{m^2}}{\sqrt{m^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{5}{m^2}}}$

$\rightarrow$ با بزرگ شدن مقدار m، مخرج بزرگتر و تابع خروجی کوچکتری خواهد داشت $\leftarrow$ اکیداً نزولی

$(-\infty, -\sqrt{5})$ $\rightarrow y = \frac{m}{\sqrt{m^2-5}} \times \frac{\sqrt{m^2}}{\sqrt{m^2}} = \frac{|m|}{\sqrt{1-\frac{5}{m^2}}}$

$= -\frac{1}{\sqrt{1-\frac{5}{m^2}}}$ $\rightarrow$ کمتر شدن مقدار m بزرگتر شدن مخرج تابع و (چون علامت منفی پشت سر است) کوچکتر و کوچکتر می‌شود $\leftarrow$ اکیداً نزولی

بررسی دامنه:

بررسی فضای سمت راست:

$m \rightarrow \sqrt{5}^+ \xrightarrow{\text{مخرج کوچکتر می‌شود}} y \rightarrow +\infty \rightarrow y \in (1, +\infty)$

بررسی فضای سمت چپ:

$m \rightarrow -\sqrt{5}^- \xrightarrow{\text{مخرج کوچکتر}} y \rightarrow -\infty \rightarrow y \in (-\infty, -1)$

ولی m منفی است.

$\leftarrow$ برد دارای مقدار ثابت ندارد $\leftarrow$ تابع یک به یک

سارینا عابدینی

ادامه‌ی سوال ۴:

$$y=\frac{x}{\sqrt{x^2-5}} \longrightarrow x=\frac{y}{\sqrt{y^2-5}}$$

$$\rightarrow x\sqrt{y^2-5}=y \rightarrow x^2y^2-5x^2=y^2$$

$$x^2y^2-y^2=5x^2 \rightarrow y^2(x^2-1)=5x^2$$

$$y^2=\frac{5x^2}{x^2-1} \rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{5x^2}{x^2-1}}$$

$$D_{f^{-1}}\in \underbrace{(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)}_{\text{برد تابع اصلی}}$$

سوال تشابه

۵-

$y = x^2 - 4k + k \longrightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$

$\xrightarrow{x=2} 4 - 8 + k = k - 4$

$y = -x^2 + 6k + 5k$

$\xrightarrow{x=1} -1 + 12 + 5k = 8 + 5k$

$8 + 5k < k - 4 \longrightarrow 4k < -12$

$k < -3$

۶-

$y = |x+1| + 3x$

$x \geq 0 \longrightarrow y = 4x \xrightarrow{\text{شیب}} y = \frac{x}{4}$

$x \leq 0 \longrightarrow y = 2x \xrightarrow{\text{شیب}} y = \frac{x}{2}$

$y = ax + b|x| \rightarrow y = \frac{3}{8}x - \frac{1}{8}|x|$

$ab = \frac{3}{8} \times \frac{-1}{8} = \frac{-3}{64}$

سارینا عابدینی

-۷

$$y=\frac{۳x+۴}{x+۲} \xrightarrow{x=۲} \frac{۶+۴}{۲+۲}=-۱۰$$

$$\longrightarrow x=-۲ \longrightarrow y=\frac{۳x+۴}{x-۲}$$

$$\xrightarrow[\text{تعویض متغیرها}]{\text{معکوس تابع}} y=\frac{۳x+۴}{x-۲} \longrightarrow \text{معکوس خودش}$$

$$y=f\circ f^{-۱}(x)+f^{-۱}(x)$$

$$y=x+f(x)$$

$$y=x$$

$$x+f(x)=x \longrightarrow f(x)=۰$$

$$\frac{۳x+۴}{x-۲}=۰ \longrightarrow x=-\frac{۴}{۳}$$

سارینا عابدینی

۸- $f(3-2m) = 2-g(\frac{m}{2})$

$g(\frac{m}{2}) = 4 \longrightarrow g^{-1} = \frac{m}{2}$

$f(4-2m) = 2-4 = -2 \longrightarrow f^{-1}(-2) = 3-2m$

$2g^{-1}(4) + f^{-1}(-2) = 2(\frac{m}{2}) + 3-2m = (3)$

سارینا عابدینی

$y = \frac{5x-12}{1-x}$ قرینه مختصات $\rightarrow -y = \frac{-5x-12}{1+x}$ -9

$y = \frac{-x+12}{1-5x} \rightarrow y = \frac{-(x-2)+12}{1-5(x-2)}$ -2

$= \frac{-(14x+42)}{5x+9}$

حال معکوس را حساب می‌کنیم:

$f = \frac{-14x-42}{5x+9} \rightarrow f^{-1} = \frac{-9x+42}{5x+14}$

$\frac{42-9x}{5x+14} = \frac{-14x-42}{5x+9}$

$-(28x+63x-210) = 0$

$28x+63x-210 = 0$

$\alpha+\beta = \frac{-b}{a} = \frac{-63}{28}$

$= 17/4$

لسا رینا عابدینی

۱۰- قرینه‌ی نمودار نسبت به $y=x$ و معکوس آن

$$y = x + 2[x] \rightarrow x = y + 2[y]$$

$$[x] = [y + 2[y]] = 3[y]$$

$$\rightarrow y = x + 2[x] \rightarrow [y] = [x + 2[x]]$$

$$[y] = 3[x] \xrightarrow{\text{معکوس}} [y] = \frac{[x]}{3}$$

$$y = x - 2[y] \rightarrow y = x - 2\frac{[x]}{3}$$

$$(f-g)(x) = x + 2[x] - x + 2\frac{[x]}{3} = 2\left([x] + \left[\frac{x}{3}\right]\right)$$