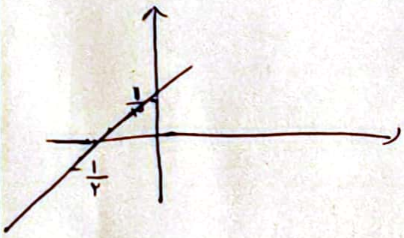
نام و نام خانوادگی ......تارا رضایی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۰.... کلاس ....دوازدهم ریاضی A......

۱

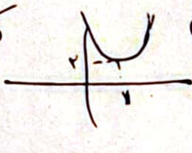
$f = 2y = 3x - 1 \Rightarrow f^{-1}_{(x)} = \frac{2y+1}{3} = x \Rightarrow f^{-1}_{(x)} = \frac{2x+1}{3}$



$S = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

۲

الف) $x^2 - 2x + 3 \quad x_s = 1 \quad x \in (1, +\infty)$ یک به یک است



$y = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow \sqrt{y-2} = |x-1|$

$\sqrt{y-2} + 1 = x \Rightarrow f^{-1}_{(x)} = \sqrt{x-2} + 1$

$D_{f^{-1}} \Rightarrow (2, +\infty)$

ب) $x^2 - 2x + 3 \quad x_s = 1 \quad x \in (2, +\infty)$ یک به یک است

$y = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow \sqrt{y-2} = |x-1| \Rightarrow \sqrt{y-2} + 1 = x$

$f^{-1}_{(x)} = \sqrt{x-2} + 1 = y \quad D_{f^{-1}} = (3, +\infty)$

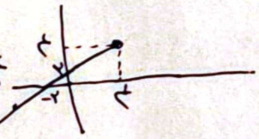
۳

$f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 - 16x + 16} = 2x - 2\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2x - 2|x-2|$

$f \begin{cases} 4 & x \geq 2 \\ 4x - 4 & x < 2 \end{cases}$

$x \geq 2$ وارون ناپذیر

$x < 2$ وارون پذیر $\Rightarrow f^{-1}_{(x)} = \frac{x+4}{2} ; x < 4$



$S = \frac{(2+4) \times 4}{2} = 12$

۴

$y^2 = \frac{x^2}{x^2 - 5} \Rightarrow (y^2 - 1)x^2 - 5y^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{5y^2}{y^2 - 1} \Rightarrow |x| = \sqrt{\frac{5y^2}{y^2-1}}$

در دامنه اش یک به یک است.

$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 - 5}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2 - 5}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2 - 5} = \frac{x_2^2}{x_2^2 - 5}$

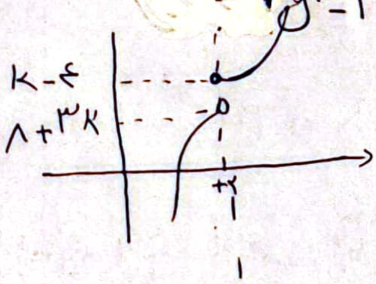
$\Rightarrow x_1^2 x_2^2 - 5x_1^2 = x_2^2 x_1^2 - 5x_2^2 \Rightarrow x_1 = \pm x_2$

به خاطر توان دو یه ریشه اضافه شده پس $x_1 = x_2$

$f^{-1}_{(x)} = \frac{\sqrt{5}\, y}{\sqrt{y^2 - 1}} = f^{-1}_{(x)} = \frac{\sqrt{5}\, x}{\sqrt{x^2 - 1}}$

۵

$k - 4 \geq 8 + 3k \Rightarrow k \leq -6$



$$f(x)\begin{cases} 4x & x\geq 0 \\ 2x & x<0 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x)\begin{cases} \frac{x}{4} & x\geq 0 \\ \frac{x}{2} & x>0 \end{cases}$$

$x>0 \quad (a+b)x \qquad a+b=\frac{1}{4} \Rightarrow a=\frac{3}{8}$

$x<0 \quad (a-b)x \qquad a-b=\frac{1}{2} \Rightarrow b=-\frac{1}{8} \Rightarrow ab=\frac{-3}{64}$

۶

$f=\frac{3x+4}{x+m} \Rightarrow x=2 \; y=-10 \Rightarrow \frac{6+4}{2+m}=-10 \Rightarrow m=-1$

$\underbrace{f\circ f^{-1}(x)}_{x}+\underbrace{f^{-1}(x)}_{\frac{x+4}{x-3}}=x \Rightarrow \frac{x+4}{x-3}=0 \Rightarrow \boxed{x=-4}$

۷

$f(3-2x)=a \qquad g(\frac{x}{2})=2-a$

$f^{-1}(a)=3-2x \qquad g^{-1}(2-a)=\frac{x}{2} \Rightarrow 2g^{-1}(2-a)=\frac{3-f^{-1}(a)}{2}$

$4g^{-1}(2-a)+f^{-1}(a)=3 \overset{a=-2}{\Rightarrow} 4g^{-1}(4)+f^{-1}(-2)=3$

$a=-2$

۸

قرینه نسبت به مبدا $x\to -x$, $y\to -y \Rightarrow -y=\frac{-5x-13}{1+x} \Rightarrow y=\frac{5x+13}{1+x}$

$\frac{5(x-2)+13}{1+(x-2)}=\frac{5x+3}{x-1}-3=\frac{2x+6}{x-1}=f(x) \qquad f^{-1}(x)=\frac{x+6}{x-2}$

$\frac{2x+6}{x-1}=\frac{x+6}{x-2} \Rightarrow x^2+5x-6=2x^2+2x-12 \Rightarrow x^2-3x-6=0 \quad \boxed{S=3}$

۹

$y=x+4[x] \Rightarrow x=y+4[y] \Rightarrow y=x-4[y]$

از دو طرف براکت می‌گیریم $\Rightarrow [x]=[y+4[y]]=5[y] \Rightarrow [y]=\frac{[x]}{5}$

$g(x)=f^{-1}(x)=y=x-\frac{4}{5}[x] \qquad f(x)-g(x)=x+4[x]-x+\frac{4}{5}[x]=\boxed{\frac{24}{5}[x]}$

۱۰