نام و نام خانوادگی سمیه عنایتی علیا پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۰ کلاس دوازدهم دختر - چهره‌ها

۱۹

۱

$۲y=۳x-۱$

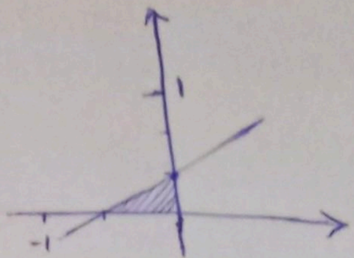
$۲x=۳y-۱ \to ۳y=۲x+۱ \to y^{-۱}=\frac{۲}{۳}x+\frac{۱}{۳}$

$x=۰ \to y=\frac{۱}{۳}$

$y=۰ \to x=-\frac{۱}{۲}$

$S=\frac{۱}{۲}ab=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}$

$=\boxed{\frac{۱}{۱۲}}$ ✓



۲

۲

الف) $x^۲-۲x+۳ \quad x\in[۱,+\infty) \quad x_s=۱ \quad y=(x-۱)^۲+۲ \to y-۲=(x-۱)^۲ \Rightarrow x=\pm\sqrt{y-۲}+۱$

$y=\pm\sqrt{x-۲}+۱ \quad R_{f'}=[۱,+\infty) \Rightarrow \ominus \to$ ق ق غ $\quad f'(x)=۱+\sqrt{x-۲} \quad x\geq ۲$ ✓

ب) $x^۲-۲x+۳ \quad x\in[۳,+\infty) \quad x_s<۳ \to$ وارون پذیر است $\quad y=(x-۱)^۲+۲$

$y-۲=(x-۱)^۲ \quad y=\sqrt{x-۲}+۱ \quad f'(x)=\sqrt{x-۲}+۱ \quad x\geq ۶$ ✓ $D_{f'(x)}=R_{f(x)}$

$x=۳ \to ۹-۶+۳=۶ \Rightarrow [۶,+\infty)=R_f=D_{f^{-۱}}$

۲

۳

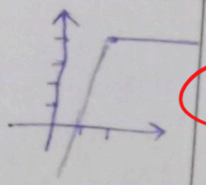
$f(x)=۲x-\sqrt{۴x^۲-۱۶x+۱۶}=۲x-|۲x-۴|$

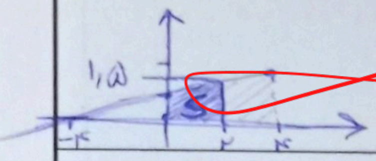
$y=۴x-۴ \quad y+۴=۴x \to x=\frac{۱}{۴}y+۱$

$y=\frac{۱}{۴}x+۱=f^{-۱}(x) \quad x\in(-\infty,۴]$ ✓

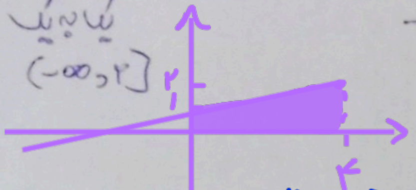
$$\begin{array}{c|c} & ۲ \\ \hline \underbrace{۴x-۴}_{\text{یک به یک}} & ۴ \end{array}$$

$(-\infty,۲]$





$S=\frac{۱}{۲}(۱+۱٫۵)\times۲=۲٫۵$



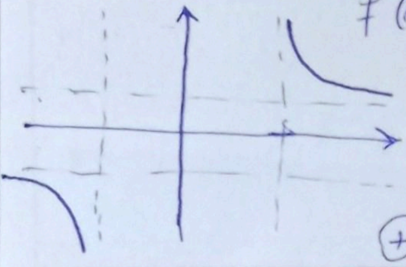
$\frac{(۱+۲)۴}{۲}=\boxed{۶}$

۱

۴

$y=\frac{x}{\sqrt{x^۲-۵}} \quad x^۲-۵=۰ \quad x^۲=۵ \quad x=\pm\sqrt{۵}$ جانب قائم $\quad x\to+\infty \to \frac{x}{|x|}=۱$ جانب افقی

$f^{-۱}(x)=\sqrt{\frac{۵x^۲}{x^۲-۱}}$ ✓ $\quad x\to-\infty \to \frac{x}{|x|}=-۱$



$\Rightarrow$ یک به یک است ✓ $\quad y^۲=\frac{x^۲}{x^۲-۵} \Rightarrow y^۲x^۲-۵y^۲=x^۲ \Rightarrow$

$y^۲x^۲-x^۲=۵y^۲ \quad x^۲(y^۲-۱)=۵y^۲ \quad x=\sqrt{\frac{۵y^۲}{y^۲-۱}}$

★ همواره x و y هم علامتند ← حالت $\oplus$

۲

۵

$g(x)=\begin{cases} x^۲-۴x+K & x\geq ۲ \\ -x^۲+۶x+۳K & x<۲ \end{cases}$

$x_s=\frac{۴}{۲}=۲ \to y_s=۴-۸+K=K-۴$

$x_s=\frac{-۶}{-۲}=۳ \quad x=۲ \to y=-۴+۱۲+۳K=۸+۳K$

$۸+۳K\leq K-۴ \quad ۲K\leq-۱۲ \to K\leq-۶$ ✓

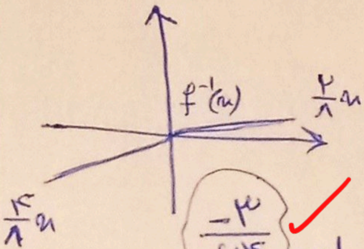
$K\in(-\infty,-۶]$

۲

$f(x)=۳x+|x|$ $\quad \underset{۲x}{\quad}\ \overset{۰}{|}\ \underset{۴x}{\quad}$

$y=۴x \quad x=۴y \quad y=\frac{۱}{۴}x \rightarrow f^{-1}(x)=\frac{۱}{۴}x$

$y=۲x \quad x=۲y \quad y=\frac{۱}{۲}x \rightarrow f^{-1}(x)=\frac{۱}{۲}x$



$\frac{\frac{۲}{۸}+\frac{۴}{۸}}{۲}=\frac{\frac{۶}{۸}}{۲}=\frac{۶}{۱۶}=\frac{۳}{۸}$

$\frac{۲}{۸}-\frac{۳}{۸}=-\frac{۱}{۸}$ (مثبت)

$\frac{۴}{۸}-\frac{۳}{۸}=\frac{۱}{۸}$ (منفی)

$\frac{-۳}{۶۴}=ab$ ✓ $\Rightarrow f^{-1}(x)=\underset{a}{\frac{۳}{۸}}x-\underset{b}{\frac{۱}{۸}}|x|$

۲ — ۶

$f(x)=\frac{۳x+۴}{x+m} \quad (۲,-۱۰) \rightarrow -۱۰=\frac{۱۰}{۲+m} \Rightarrow ۲+m=-۱ \Rightarrow m=-۳$

$f(x)=\frac{۳x+۴}{x-۳} \quad a+d=۰ \Rightarrow f(x)=f^{-1}(x) \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{۳x+۴}{x-۳}$

$fof^{-1}(x)+f^{-1}(x)=x+\frac{۳x+۴}{x-۳}=\frac{x^۲-۳x+۳x+۴}{x-۳}=\frac{x^۲+۴}{x-۳}$

$\frac{x^۲+۴}{x-۳}=x \Rightarrow x^۲+۴=x^۲-۳x \Rightarrow x=\frac{-۴}{۳}$ ✓

۲ — ۷

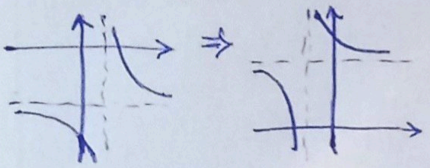
$f(۳-۲x)=۲-g(\frac{x}{۲}) \xrightarrow[x=\frac{۳-x}{۲}]{} f(۳-۲(\frac{۳-x}{۲}))=۲g(\frac{۳-x}{۴}) \Rightarrow f(x)=۲-g(\frac{۳-x}{۴})$

$f^{-1}(-۲)=m \rightarrow f(m)=-۲ \qquad -۲=۲-g(\frac{۳-m}{۴}) \Rightarrow g(\frac{۳-m}{۴})=۴ \Rightarrow g^{-1}(۴)=\frac{۳-m}{۴}$

$۴g^{-1}(۴)+f^{-1}(-۲)=۴\times\frac{۳-m}{۴}+m=\boxed{۳}$ ✓

۲ — ۸

$y=\frac{۵x-۱۳}{۱-x}$ قرینه نسبت به مبدأ $y=\frac{۵x+۱۳}{x+۱} \xrightarrow[\text{راست}]{\text{۲ واحد}} y=\frac{۵(x-۲)+۱۳}{(x-۲)+۱}=\frac{۵x+۳}{x-۱}$



$\xrightarrow{\text{۳ واحد پایین}} \frac{۵x+۳}{x-۱}-۳=\frac{۲x+۶}{x-۱}=f(x)$

$y=\frac{۲x+۶}{x-۱} \rightarrow x=\frac{y+۶}{y-۲} \rightarrow y=\frac{x+۶}{x-۲}=f^{-1}(x)$

$f(x)=f^{-1}(x) \Rightarrow \frac{۲x+۶}{x-۱}=\frac{x+۶}{x-۲} \Rightarrow ۲x^۲+۲x-۱۲=x^۲+۵x-۶ \Rightarrow x^۲-۳x-۶=۰$

مجموع $=\frac{-b}{a}=۳$ ✓

۲ — ۹

$y=x+۴[x] \xrightarrow[\text{براکت می‌گیریم}]{\text{از دو طرف}} [y]=[x+۴[x]]=[y]=۵[x] \rightarrow [x]=\frac{[y]}{۵}$

$y=x+۴[x] \rightarrow y=x+۴\times\frac{[y]}{۵} \rightarrow x=y-\frac{۴[y]}{۵} \rightarrow y=x-\frac{۴[x]}{۵}=f^{-1}(x)$

$f(x)-f^{-1}(x)=x+۴[x]-x+\frac{۴[x]}{۵}=\frac{۲۴[x]}{۵}$

$(f-g)(x)=\frac{۲۴[x]}{۵}$ ✓

۲ — ۱۰