Date No

آیلا فروزنیا

۱. الف)

$y = x + [x] \xrightarrow[\text{کاهنده}]{\text{اکیداً}} [y], [x]$

$x = y_0 \Rightarrow y = x - [x] \Rightarrow f^{-1}(x) = x - [x]$

بین دو نقطه ناپیوستگی یک نقطه صحیح قرار دارد.

$x = [x] + [x] \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow 0 \leq x < 1$

ب)

$x = 2x - \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$, $f^{-1}(\frac{3}{2}) = \frac{3}{2}$

$f(x) = x$

$\frac{3}{2}$ دو بار با نمودار تابع برخورد کرده است.

پس جواب ندارد.

۲. $b = -a \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{a}{b} = -1$ تابع فرد است.

پس چون $a \neq b$ این تابع همگرایی آن با هم یکسان و برابرند.

$f(f(0.59)) = f(f'(0.59)) = 0.59$

$f(f(x)) = x$

۳. چون دو نمودار نخستین اول و سوم، پس $y = x$

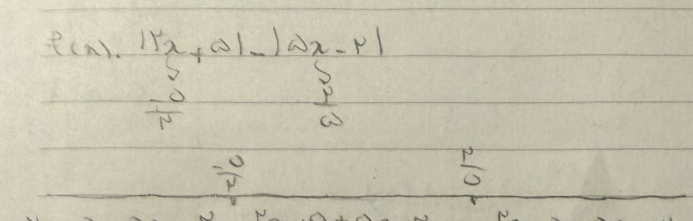
$x = \frac{mx+3}{x+m+3} \Rightarrow mx+3 = x^2+mx+3x \Rightarrow x^2+3x-3 = 0$

$\frac{-3 \pm \sqrt{9+12}}{2} \rightarrow \frac{-3+\sqrt{21}}{2}$, $\frac{-3-\sqrt{21}}{2}$

$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{2}{-3+\sqrt{21}} + \frac{2}{-3-\sqrt{21}} = \frac{-6-2\sqrt{21}-6+2\sqrt{21}}{9-21}$

$= \frac{-12}{-12} = 1$

۴.



$[\frac{5}{2}, \infty)$ ← صعودی $x \geq \frac{2}{5}$ ← $2x^2 - 5x + 2$

$[\frac{-3}{5}, \frac{5}{2}]$ ← $-2x^2 + 5x + 2$ ← $-\frac{b}{2a} = \frac{5}{4}$ ← $f(\frac{5}{4}) = \frac{49}{8}$

$(-\infty, \frac{-3}{5}]$ ← $-2x^2 - 5x + 2$ ← $-\frac{b}{2a} = -\frac{5}{4}$ ← $f(-\frac{5}{4}) = \frac{49}{8}$

$f(x) = y \rightarrow x = f^{-1}(y)$ ۵.

$y = \frac{-2x+8}{3} \rightarrow 3y = -2x + 8 \rightarrow 2x = -3y + 8 \rightarrow x = \frac{-3y+8}{2}$ ، $x \in (-\infty, \frac{29}{5}]$

$f^{-1}(x) = \frac{-3x+8}{2}$ ، $D_{f^{-1}} = (-\infty, \frac{29}{5}]$

$g(x) = y \rightarrow g^{-1}(y) = x$

$g = 2f(-x+3) \rightarrow g(x) = 2f(-(x-3)) \rightarrow g(x) = 2f^{-1}(-(x-3)) \rightarrow g(x) = 2(\frac{-(x-3)+8}{2}) \rightarrow g(x) = \frac{-x+3+8}{2} \rightarrow g(x) = \frac{11-x}{2}$

$g^{-1}(x) = 11 - 2x$ ، $D_{g^{-1}} = (-\infty, \frac{29}{5}]$

$g^{-1}(y) = x \rightarrow y = 11 - 2x \rightarrow 2x = 11 - y \rightarrow x = \frac{11-y}{2}$

$\frac{ac+d}{2b} \rightarrow \frac{(\frac{1}{2})(2)}{2} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$

۶. $f(x) = x + 2\sqrt{x} \rightarrow x \geq 0 \rightarrow R_f = [0, +\infty)$

$y = x + 2\sqrt{x} \xrightarrow{+1} y + 1 = x + 2\sqrt{x} + 1 \rightarrow y + 1 = (\sqrt{x} + 1)^2$

$\sqrt{y+1} = \sqrt{x} + 1 \rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x+1} - 1 \rightarrow y = x + 1 + 1 - 2\sqrt{x+1}$

$y = x + 2 - 2\sqrt{x+1}$ $x \geq 0$

Date No

آنالیز فوریه

۷. چون دی دهنده ناحیه اول و سوم صفحه ی xoy

دو نیمه صفحه ی دوم

$x \le x-1+2^{x} \longrightarrow 1 \le 2^{x} \longrightarrow x \ge 0$

۸.

$\mathcal{L}^{-1}(x)\,t \longrightarrow f(t) = x\,t^{3} - 2t$

$\longrightarrow \mathcal{L}^{-1}(x) - x \ge 0 \longrightarrow t - (t^{3} - 2t) \ge 0 \longrightarrow t^{3} + 3t \le 0$

$\longrightarrow t(t^{2}+3) \le 0$

$t^{2}+3$ همواره مثبت

$t \le 0$

$t \in (-\infty, 0]$

تعداد اعداد صحیح نامنفی ۱ تا (۵)

۹.

$\mathcal{L}^{-1}(x+t) = x^{-3} - f(x-3) = x+2 - 4\,t,\ t+7$

$\longrightarrow t + \sqrt{t+2} = t+7 \longrightarrow (\sqrt{t+2})^{2} = t^{2} \longrightarrow t+2 = t^{2} \Rightarrow t^{2} - t - 2 = 0$

$t = \dfrac{1 \pm \sqrt{1^{2} - (4 \times 1 \times -2)}}{2}$

$t = -1$ (رد)

$t = 2$

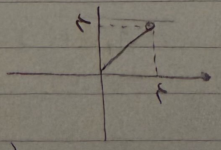
بررسی $x = -3$ / یک بررسی

۱۰. $f(x) = (2 - \sqrt{x-1})^{2} \longrightarrow f(x) = (2 - \sqrt{x-1})^{2}$

$y = 2 - \sqrt{x} \longrightarrow y = (2 - \sqrt{x})^{2}$ صورت سوال چون کوچک

$\longrightarrow (2 - 2 + \sqrt{x})^{2} = |x|$

$x \ge 0$



$x \le 4 \longrightarrow -\sqrt{x} \ge -2 \longrightarrow 2 - \sqrt{x} \ge 0$

dotnote

Scanned with CamScanner