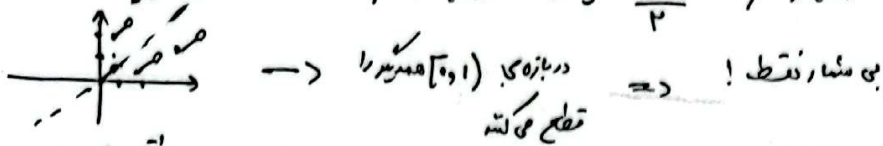


الف) $x + [x] = y = f(x) \quad / \quad f'(x) = [x] - \frac{[x]}{2} \quad / \quad f(x) = f'(x) \Rightarrow x + [x] = x - \frac{[x]}{2}$



ب) $f \circ f^{-1}(x) = 2x + \frac{3}{4}$ $x \in \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} [2n, 2n+1)$ به شرط دانسته: $x = f \circ f^{-1}(x)$
 $\Rightarrow x = 2x + \frac{3}{4} \Rightarrow x = -\frac{3}{4}$ در این بازه نیست! $\rightarrow$ غیر قابل قبول $\rightarrow$ معادله جواب ندارد

$y = \frac{ax + 3}{4x + b} \rightarrow$ مجاوب نامی: $-\frac{b}{4}$ مجاوب انی: $\frac{a}{4}$ محل برخورد اری: $y = x$ $\Rightarrow \frac{a}{4} = -\frac{b}{4} \Rightarrow a = -b$

$\Rightarrow y = \frac{-bx + 3}{4x + b} \rightarrow$ تابعی همگرا می‌باشد که خودش با خودش برابر است $\Rightarrow f(x) = f^{-1}(x) \quad / \quad f \circ f^{-1}(5 - \sqrt{2}) = f^{-1} \circ f(5 - \sqrt{2}) = 5 - \sqrt{2}$

$\frac{mx + 3}{x + m + 3} = x \Rightarrow mx + 3 = x^2 + mx + 3x$
 $\Rightarrow x^2 + 3x - 3 = 0 \quad \begin{cases} S = -3 \\ P = -3 \end{cases}$
 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{S}{P} = \frac{-3}{-3} = 1$

تابع f به شکل یک تابع همگرا می‌باشد و چون تنها وارن خود را در نقطه قطع می‌کند به شکل شبیه این می‌باشد.
 $\Rightarrow$ تنها روی خط $y = x$ وارن خود را می‌تواند قطع کند.

$f(x) = |2x + 5| - |5x - 2|$
 $\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -3x + 7 & x > \frac{2}{5} \\ 7x + 3 & -\frac{5}{4} \leq x \leq \frac{2}{5} \\ 3x - 7 & x < -\frac{5}{4} \end{cases}$ در این بازه تابع نزولی! $\Rightarrow f'(x) = -\frac{x}{3} + \frac{7}{3}, D_{f'} = [-\infty, \frac{7}{5}]$

$g(x) = 2f(3x) - 1 \Rightarrow g(x) + 1 = 2f(3x) \Rightarrow \frac{g(x) + 1}{2} = f(3x) \xrightarrow[\text{مجاوب نامی}]{\text{مجاوب انی}} f^{-1}\left(\frac{g(x) + 1}{2}\right) = 3x$
 $\Rightarrow \frac{f^{-1}\left(\frac{g(x) + 1}{2}\right)}{3} = x \Rightarrow g^{-1}(g(x)) = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{g(x) + 1}{2}\right) \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{x + 1}{2}\right)$ $\frac{1}{a} \quad \frac{1}{c} \quad d =$

$\frac{ac + d}{2b} = \frac{\frac{1}{3}x^2 + 9}{2} = \frac{1}{3}$

$$f(x) = x + \sqrt{x} = (\sqrt{x} + 1)^2 - 1 \quad / D_f = [0, +\infty) \quad R_f = [0, +\infty)$$

$$y = (\sqrt{x} + 1)^2 - 1 \Rightarrow y + 1 = (\sqrt{x} + 1)^2 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \sqrt{y+1} - 1 = \sqrt{x} \rightarrow (\sqrt{y+1} - 1)^2 = x$$

$$\frac{y, x \geq 0}{\text{محدود}} \Rightarrow (\sqrt{x+1} - 1)^2 = y = f^{-1}(x) \quad / D_{f^{-1}} = [0, +\infty) = R_f$$

$$x \pm 2 - 2\sqrt{x+1}$$

6

$$f(x) = 2^x + x - 1$$

$$2^x + x - 1 = x \Rightarrow 2^x = 2^0 \Rightarrow x = 0, y = 0$$

تنها در نقطه $A(0,0)$ یکدیگر را قطع می کنند!

- چون تابع هر از مجموع تابع های فردی است
است -> خود نیز تابعی فردی است.
-> در این مورد را برای x و y قطع می کند.

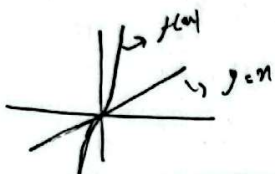
7

$$\frac{y}{g(x)} = \sqrt{f^{-1}(x)} - x \rightarrow D_g: f^{-1}(x) \geq x \xrightarrow{\text{از طرف } x \text{ می گیریم}} x \geq f(x)$$

* چون f صعودی است -> تساوی جایش را برقرار!

- تابع هر از جمع دو تابع صعودی است
-> خود $g(x)$ نیز تابعی صعودی است.

$$f(x) = x^3 + \epsilon x \rightarrow x(x^2 + \epsilon) \rightarrow x \geq 0$$



باقی به شکل D_g برابر با: $(-\infty, 0]$ است

شکل یک
عدد صحیح نامنفی! ->

8

$$f(x) = -x + \sqrt{x+4}, \quad x \geq -4$$

$$g(x) = f^{-1}(x+4) = x - 4 \xrightarrow{\text{از طرف } x \text{ می گیریم}} x+4 = f(x-4) \Rightarrow x+4 = -x+4 + \sqrt{x+1}$$

$$\Rightarrow 2x+1 = \sqrt{x+1} \Rightarrow \epsilon x^2 + \epsilon x + 1 = x+1 \Rightarrow \epsilon x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \rightarrow -\frac{3}{\epsilon} \rightarrow \text{مقدار}$$

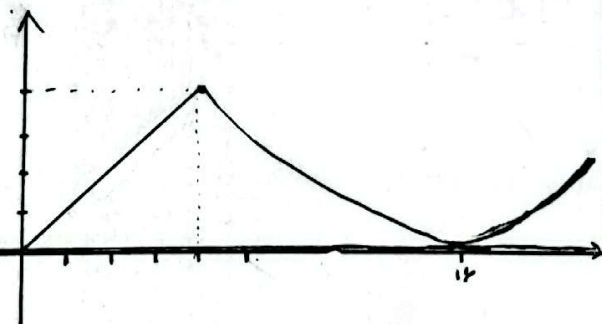
تنها یک نقطه برخورد!

9

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \Rightarrow \sqrt{y} = 2 - \sqrt{x} \Rightarrow 2 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x \leq 4, \quad x \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 4$$

$$\Rightarrow y = (\sqrt{x} - 2)^2 = f(x) \rightarrow f \circ f(x) = (\sqrt{(\sqrt{x}-2)^2} - 2)^2 = (|\sqrt{x}-2| - 2)^2$$

$$f \circ f(x) = \begin{cases} (\sqrt{x}-4)^2 & x \geq 4 \\ -x & x < 4 \end{cases}$$



10