۱۷٫۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۱... کلاس .....

۱

$f(x)=x+[x] \rightarrow y=x+[x] \rightarrow [y]=[x+[x]] \rightarrow [y]=2[x]$

حالت عضو: $x=y+[y] \rightarrow x=y+2[x] \rightarrow y=x-2[x] \rightarrow f^{-1}(x)=x-2[x]$

الف) $f(x)=f^{-1}(x) \rightarrow x+[x]=x-2[x] \rightarrow 3[x]=0 \rightarrow [x]=0$ $\quad 0\leq x<1$ ✓

بی‌شمار نقطه

ب) $fof^{-1}(x)=2x-\frac{3}{2} \rightarrow x=2x-\frac{3}{2} \quad x=\frac{3}{2}$ غ ق ق

$f(\frac{3}{2})=\frac{3}{2}+[1/5]=2/5$ ✗ ✓

۲

$y=\frac{ax+3}{cx+b} \rightarrow \frac{a}{c}=\frac{-b}{4} \rightarrow \frac{a}{6}=\frac{-b}{4} \rightarrow a=-b$

$fof(0-\sqrt{4})=fof^{-1}(2-\sqrt{4})=2-\sqrt{4}$ ✓

۳

$f(x)=\frac{mx+3}{x+m+3}=y \rightarrow x=-\frac{(m+3)y-3}{y-m} \rightarrow f^{-1}(x)=\frac{mx+3x-3}{-x+m}$

$f(x)=f^{-1}(x) \rightarrow \frac{mx+3}{x+m+3}=\frac{mx+3x-3}{-x+m} \rightarrow (2m+2)x^2+(4m+9)x-4m-9=0$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{S}{P}=\frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}}=\frac{-b}{c}=\frac{-4m-9}{-4m-9}=1$ ✓

۴

$f(x)=|2x+5|-|5x-2|$

$-\frac{5}{2}$		$\frac{2}{5}$	
$-3x-7$	$7x+3$	$1/6$	$-3x+7$

$y=-3x+7 \xrightarrow[\text{عضو}]{\text{حالت}} x=-3y+7$

$y=\frac{7-x}{3} \quad ; \quad 1/6 \leq x$ ✓

۵

$y=2f(3x)-1 \rightarrow f(3y)=\frac{x+1}{2}$

$f^{-1}(\frac{x+1}{2})=3y \rightarrow y=\frac{f^{-1}(\frac{x+1}{2})}{3}$

$a=\frac{1}{3}$ ✓

$b=1$ ✓

$c=2$ ✓

$d=0$ ✓

$\frac{ac+d}{2b}=\frac{1}{3}$ ✓

Scanned with CamScanner

$f(x)=x+2\sqrt{x}$ $D_f=[0,+\infty)$ $R_f=[0,+\infty) \longrightarrow D_{f^{-1}}=[0,+\infty)$ $R_{f^{-1}}=[0,+\infty)$

$f(x)=x+2\sqrt{x}+1-1 \longrightarrow y=(\sqrt{x}+1)^2-1$ $\xrightarrow[\text{عوض}]{\text{جای x و y}}$ $x=(\sqrt{y}+1)^2-1$

$\sqrt{x+1}=\sqrt{y}+1$ $y=(\sqrt{x+1}-1)^2 \longrightarrow f^{-1}(x)=x-2\sqrt{x+1}+2$ ، $x\geq 0$ ✓

(۲) ۶

$y=x-1+2^x$ این تابع اکیداً صعودی است پس وارون خود را روی خط $y=x$ قطع می‌کند

$\xrightarrow{y=x}$ $x=x-1+2^x$ $2^x=1$ $x=0$

در این نقطه وارون خود را قطع می‌کند. ✓

(۲) ۷

$y=\sqrt{f^{-1}(x)-x}$ $f^{-1}(x)-x\geq 0$ $f^{-1}(x)\geq x \longrightarrow f(f^{-1}(x))\geq f(x)$

$f(x)\leq x$ $x^3+4x\leq x \longrightarrow x^3+3x\leq 0 \longrightarrow x(x^2+3)\leq 0$

$-$ 0 $+$ $\longrightarrow D=(-\infty,0]$ ← شامل یک عدد صحیح نامثبت ✓

(۲) ۸

$f(x)=-x+\sqrt{x+4} \longrightarrow y=-(x-\sqrt{x+4}+\frac{17}{4}-\frac{17}{4}) \Rightarrow y=-(x+4-\sqrt{x+4}+\frac{1}{4})+\frac{17}{4}=-(\sqrt{x+4}-\frac{1}{2})^2+\frac{17}{4}$

$-y+\frac{17}{4}=(\sqrt{x+4}-\frac{1}{2})^2 \xrightarrow{x\geq -3} \sqrt{\frac{17}{4}-y}+\frac{1}{2}=\sqrt{x+2} \xrightarrow{x\geq -3} (\sqrt{\frac{17}{4}-y}+\frac{1}{2})^2-4=x$

$y=(\sqrt{\frac{17}{4}-x}+\frac{1}{2})^2-4 \xrightarrow{x\geq -3} (\sqrt{\frac{1}{4}+y}+\frac{1}{2})^2-4=y=g(x) \longrightarrow (\sqrt{\frac{1}{4}-x}+\frac{1}{2})^2-4=x-3$

$\sqrt{\frac{1}{4}-x}+\frac{1}{2}=\sqrt{x-1}$ ← ~~فاقد نقطه برخورد~~

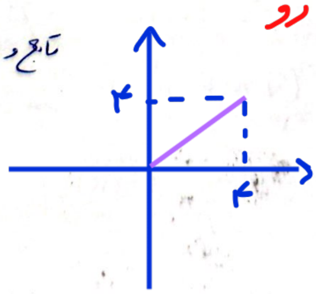
0 ۹

$\sqrt{x}+\sqrt{y}=2$ $\xrightarrow[\text{عوض}]{\text{جای x و y}}$ $\sqrt{y}+\sqrt{x}=2$

تابع و وارون یکی اند

$fof(x)=fof^{-1}(x)$

$fof^{-1}(x)=x$ ، $x\geq 0$ ✓



سوال شکل اساساً fof رو می‌خواد!

(۱/۵) ۱۰

Scanned with CamScanner

۹)

$\xrightarrow[\text{به نیمساز}]{\text{قرینه نسبت}} f^{-1}(x) \xrightarrow[\text{به چپ}]{\text{۴ واحد}} f^{-1}(x+4)$

$g(x) = f^{-1}(x+4) = x-3 \xrightarrow[\text{تاثیر میدهیم } f]{\text{از دو طرف}} f\circ f^{-1}(x+4) = f(x-3)$

$x+4 = -(x-3)+\sqrt{x+1} \rightarrow 2x+1 = \sqrt{x+1} \xrightarrow{\text{توان ۲}}$

$4x^2+3x = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \checkmark \\ x=-\frac{3}{4} \text{ غ ق ق} \end{cases}$

جواب رادیکال رو منفی میکنه