

① (۱, ۵) $f(x) = x + [x]$ $f^{-1}(x) \rightarrow x = y + [y]$ $y = x - [y]$

از دو طرف
برانت میگیریم

$[y] = [x - [y]]$

$[y] = [x] - [y]$

$2[y] = [x]$

$[y] = \frac{[x]}{2}$

$x = y + [y] \rightarrow y = x - [y]$

$y = x - \frac{[x]}{2}$

$f^{-1}(x) = x - \frac{[x]}{2}$

$f^{-1}(x) = f(x)$

$x - \frac{[x]}{2} = x + [x]$

$-\frac{[x]}{2} = [x]$

$[x] + \frac{1}{2}[x] = 0$

$\frac{3}{2}[x] = 0$

$[x] = 0$

در این بازه دربی شمار نقطه صد واقع
می کنند

الف

$f \circ f^{-1}(x) = x$

$2x - \frac{3}{2} = x$

$x = \frac{3}{2}$

ب) بدست می آید از هر عدد زوج تا عدد فرد

بعد است یعنی $\frac{3}{2} = 1.5$ غرضی برایشه و جواب صحیح است!

$y = \frac{ax+b}{cx+d}$

$\frac{a}{c} = \frac{-b}{d}$

$a = -b$

محلک من این تابع
با هوش برابر است

$f \circ f(x) = f^{-1} \circ f(x)$

$f(x) = f^{-1}(x)$

$= x$

$f \circ f(a - \sqrt{6}) = a - \sqrt{6}$

$f(x) = \frac{mx+3}{x+m+3}$

$f^{-1}(x) = \frac{-(m+3)x+3}{x-m}$

$f(x) = f^{-1}(x)$

$\frac{mx+3}{x+m+3} = \frac{-(m+3)x+3}{x-m}$

$mx^2 - m^2x + 3x - 3m = -(m+3)x^2 - (m+3)^2x + 3(m+3) + 3x$

(۳)

$$mx^2 - m^2x + \cancel{m^2x} - m^2 = -(m+3)x^2 - (m+3)x + 3(m+3) + \cancel{m^2x}$$

$$(m+m+3)x^2 + (-m^2 + (m+3)^2)x - m^2 - m^2 - 9 = 0$$

$$(2m+3)x^2 + (-m^2 + m^2 + 6m + 9)x - 2m^2 - 9 = 0$$

$$(2m+3)x^2 + (6m+9)x - (2m^2+9) = 0$$

$$S = -\frac{b}{a} \quad P = \frac{c}{a}$$

$$S = -\frac{(6m+9)}{(2m+3)} = -3$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{S}{P}$$

$$P = \frac{-(2m^2+9)}{(2m+3)} = -m$$

$$\frac{S}{P} = \frac{-3}{-m} = 1 \quad \checkmark$$

(۴)

$$f(x) = \sqrt{(2x+4)^2} - \sqrt{(4x-2)^2} = |2x+4| - |4x-2|$$

$\downarrow$
 $\frac{2}{1}$

$\downarrow$
 $\frac{2}{1}$

(۲)

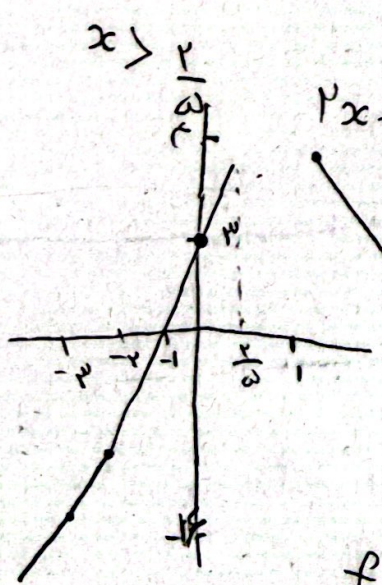
$$x < -\frac{2}{1}$$

$$-\frac{2}{1} < x \leq \frac{2}{1}$$

$$-2x-4 - (2-4x) = -2x-4-2+4x = 2x-6$$

$$2x+4 - (2-4x) = 2x+4-2+4x = 6x+2$$

$$2x+4 - (4x-2) = 2x+4-4x+2 = -2x+6$$



$$x = -3 \rightarrow -6-6 = -12$$

$$x = 0 \rightarrow y = 2$$

$$x = 1 \rightarrow y = 8$$

با توجه به شکل می‌توانیم در بازه $x > \frac{2}{1}$ این تابع نزولی است
 نه صاف باشد آن $f(x) = -2x+6$

$$f^{-1}(x) \rightarrow y = -2x+6$$

$$f^{-1}(x) = \frac{6-x}{2} \quad \checkmark$$

$$\frac{y-6}{-2} = x$$

$$\frac{6-y}{2} = x$$

$$g(x) = 2f(3x) - 1 = t \quad g(x) = t \quad g^{-1}(t) = x \quad (2) \quad (5)$$

$$2f(3x) - 1 = t \quad 2f(3x) = t + 1 \quad f(3x) = \frac{t+1}{2} \quad f^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right) = 3x$$

$$x = \frac{f^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right)}{3} \quad g^{-1}(t) = \frac{f^{-1}\left(\frac{t+1}{2}\right)}{3}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{1}{3} f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

$$g^{-1}(x) = a f^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right) + d \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{3} \quad b = 1 \quad c = 2 \quad d = 0$$

$$\frac{ac+d}{2b} = \frac{\frac{1}{3} \cdot 2 + 0}{2 \cdot 1} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{3}} \quad \checkmark$$

$$f(x) = x + 2\sqrt{x} \quad y = (\sqrt{x} + 1)^2 - 1 \quad \rightarrow \quad y + 1 = (\sqrt{x} + 1)^2 \quad (2) \quad (6)$$

$$2\sqrt{x} + 1 + x$$

$$\sqrt{y+1} = 1 + \sqrt{x} \quad \sqrt{y+1} - 1 = \sqrt{x}$$

$$y = x - 2\sqrt{x+1} + 2 \quad f^{-1}(x) = x - 2\sqrt{x+1} + 2 \quad \checkmark$$

$$D_{f^{-1}} = R_f = [0, +\infty) \quad \checkmark$$

(7) او آن بای که تابع وارون خود را روی لایه ساز ناحیه اول و سوم قطع می کند
باید فاصله را مساوی x قرار دهیم

$$x = x - 1 + 2^x \quad 2^x = 1$$

$$x = 0$$

تنها یک جواب دارد

$f^{-1}(x) = t \quad f(t) = x = t^3 + 4t \quad f^{-1}(x) - x = t - (t^3 + 4t) = -t^3 - 3t \geq 0$
 $-t^3 - 3t \geq 0 \quad t^3 + 3t \leq 0 \quad t(t^2 + 3) \leq 0$
 $t \leq 0$ (چون $t^2 + 3 > 0$)
 $D = (-\infty, 0]$
 چند عدد صحیح نامنفی؟ $\leftarrow$ تنها عدد صحیح پس $t=0$ است.

$y = -x + \sqrt{x+4}$ $\xrightarrow[\text{تایید اول و دوم اینها را در نظر بگیریم}]{\text{قرینه نسبت به یغیرها}}$ $y = -(\sqrt{x+4} - \frac{1}{y})^2 + \frac{14}{y}$
 $\frac{14}{y} - y = (\sqrt{x+4} - \frac{1}{y})^2$
 $\sqrt{\frac{14}{y} - y} = \sqrt{x+4} - \frac{1}{y}$
 $\sqrt{\frac{14}{y} - y} + \frac{1}{y} = \sqrt{x+4}$
 $\frac{14}{y} - y + \sqrt{\frac{14}{y} - y} + \frac{1}{y} = x+4$
 $x = -y + \sqrt{\frac{14}{y} - y} + \frac{14 - 14}{y}$
 $y = -x + \sqrt{\frac{14}{y} - x} + \frac{1}{y}$ $\leftarrow$ ضابطه تابع معکوس
 $g(x) = -(x+4) + \sqrt{-(x+4) + \frac{14}{y} + \frac{1}{y}}$
 $g(x) = -x - 4 + \sqrt{-x + \frac{14 - 14}{y} + \frac{1}{y}} + \frac{1}{y} = -x - 4 + \sqrt{-x + \frac{1}{y}} - \frac{y}{4}$
 $-x - 4 + \sqrt{-x + \frac{1}{y}} - \frac{y}{4} = x - 14$
 $2x + \frac{19}{4} + 4\sqrt{-x + \frac{1}{y}} = 0$
 $-2\left(\sqrt{-x + \frac{1}{y}} - 1\right)^2 = -2\left(-x + \frac{1}{y} + 1 - 2\sqrt{-x + \frac{1}{y}}\right) = 2x - \frac{1}{y} + 1 + 4\sqrt{-x + \frac{1}{y}}$
 $\frac{1}{y} = \frac{1}{y} \quad -x = -x$

9

$$-2\left(\sqrt{-x+\frac{1}{4}}-1\right)^2 + \frac{17}{4} = 0 \quad 2\left(\sqrt{-x+\frac{1}{4}}-1\right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$\frac{17}{8} = \left(\sqrt{-x+\frac{1}{4}}-1\right)^2 \quad \sqrt{\frac{17}{8}} = \sqrt{-x+\frac{1}{4}}-1$$

$$\sqrt{\frac{17}{8}} + 1 = \sqrt{-x+\frac{1}{4}}$$

$$\frac{17}{8} + 1 + 2\sqrt{\frac{17}{8}} = -x + \frac{1}{4}$$

$$\frac{25-2}{8} + 2\sqrt{\frac{17}{8}} = -x$$

$$x = \frac{23}{8} + 2\sqrt{\frac{17}{8}}$$

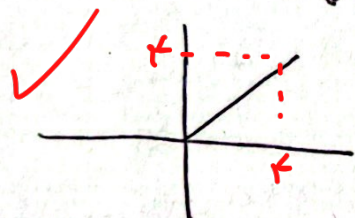
بد نقطه برخورد دارند که این منتهای اول آن است و چون بزرگتر مساوی ۳- است و دامنه رعایت شده پس جواب قابل قبول است ✓

10 (1, 2, 3) تابع مانع نشود $\Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$ $\xrightarrow{\text{آرک کوس کرده و با } x \text{ و } y \text{ عوض}}$ $\sqrt{y} + \sqrt{x} = 2$

$$f(x) = f^{-1}(x)$$

$$f \circ f(x) = f^{-1} \circ f(x) = x \rightarrow \text{پس تابع } y=x \text{ را اسیر کرده و باید به دامنه و برد تابع شود}$$

$$x \geq 0 \quad y \geq 0$$



دامنه روشن کن!