۱۹

الف) $f(x)=x+[x] \to f^{-1}(x) \Rightarrow y=x+[x] \to x=y+[y] \to$ ۱ـ

۱٫۵

$\to y=x-[y] \xrightarrow{\text{از طرفین براکت}} [y]=[x-[y]] \to [y]=[x]-[y] \to$

$۲[y]=[x] \to [y]=\frac{[x]}{۲} \xrightarrow{y=x-[y]} y=x-\frac{[x]}{۲}$

$f^{-1}(x)=x-\frac{[x]}{۲} \to f^{-1}(x)=f(x)=\cancel{x}-\frac{[x]}{۲}=\cancel{x}+[x] \to$

$\to x+\frac{۱}{۲}[x]=۰ \to \frac{۳}{۲}[x]=۰ \to [x]=۰ \to \boxed{۰\le x<۱}$ ✓

[illegible]

ب) $fof^{-1}(x)=۲x-\frac{۳}{۲} \xrightarrow{fof^{-1}(x)=x} x=۲x-\frac{۳}{۲} \to \boxed{x=\frac{۳}{۲}}$

برد تابع f از هر عدد زوج تا عدد فرد

بعدی است یعنی $\frac{۳}{۲}=x$ غلط می‌باشد و جواب تهی است!

$y=\frac{ax+۳}{۴x+b}$ → مجانب افقی $=\frac{a}{۴}$ $\longrightarrow \frac{a}{۴}=\frac{-b}{۴} \Rightarrow a=-b$ ۲ـ

→ مجانب قائم $=-\frac{b}{۴}$

۲

$\to f(x)=f^{-1}(x) \xrightarrow{fof^{-1}(x)=x} fof(۵-\sqrt{۹})=fof^{-1}(۵-\sqrt{۹})=\boxed{۵-\sqrt{۹}}$ ✓

$f(x)=\frac{mx+۳}{x+m+۳} \xrightarrow{\text{خود وارون است}} f^{-1}(x)=\frac{-(m+۳)x+۳}{x-m}$ ۲ ۳ـ

$\frac{mx+۳}{x+m+۳}=\frac{-(m+۳)x+۳}{x-m} \to mx^۲-m^۲x+\cancel{۳x}-۳m=-(m+۳)x^۲-(m+۳)^۲x+\cancel{۳x}+۳(m+۳) \to$

$\to (۲m+۳)x^۲+(۶m+۹)x-(۶m+۹)=۰ \to \frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{S}{P} \to$

$\to \frac{-\frac{b}{\cancel{a}}}{\frac{c}{\cancel{a}}}=\frac{-(۶m+۹)}{-(۶m+۹)}=\boxed{۱}$ ✓

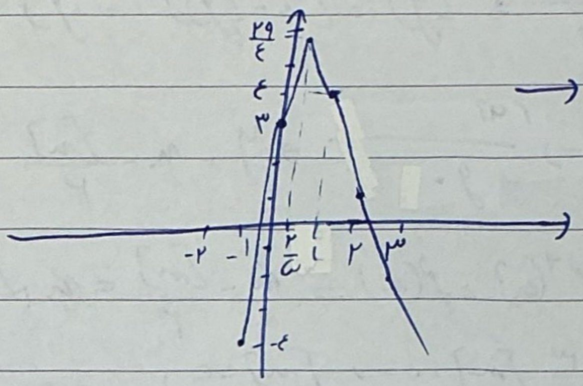
۴-

$f(x)=\sqrt{(۲x+۵)^۲}-\sqrt{(۵x-۲)^۲}=|۲x+۵|-|۵x-۲|$

②

$-\frac{۵}{۲}$ $\frac{۲}{۵}$

$-۲x-۵-(۲-۵x)=۳x-۷$ | $۲x+۵-(۲-۵x)=۷x+۳$ | $۲x+۵-۵x+۲=-۳x+۷$



→ تابع در بازه‌ی $\frac{۲}{۵}$ به بعد نزولی است که در این بازه ضابطه به صورت $-۳x+۷$ است

$f(x)=-۳x+۷ \longrightarrow f^{-1}(x) \Rightarrow y=-۳x+۷ \rightarrow \boxed{f^{-1}(x)=-\frac{۱}{۳}x+\frac{۷}{۳}}$ ✓

۵-

$g(x)=۲f(۳x)-۱ \quad g^{-1}(x)=af^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right)+d \quad \frac{ac+d}{۲b}$

②

$g(x)=۲f(۳x)-۱=t \longrightarrow g(x)=t \rightarrow g^{-1}(t)=x$

$۲f(۳x)=t+۱ \rightarrow f(۳x)=\frac{t+۱}{۲} \rightarrow f^{-1}\left(\frac{t+۱}{۲}\right)=۳x \rightarrow x=\frac{f^{-1}\left(\frac{t+۱}{۲}\right)}{۳}$

$g^{-1}(t)=x=\frac{f^{-1}\left(\frac{t+۱}{۲}\right)}{۳}$

$\longrightarrow g^{-1}(x)=\frac{f^{-1}\left(\frac{t+۱}{۲}\right)}{۳}$

$\longrightarrow g^{-1}(x)=af^{-1}\left(\frac{x+b}{c}\right)+d$

$\rightarrow a=\frac{۱}{۳},\ b=۱,\ c=۲$

$d=۰$

$\frac{ac+d}{۲b}=\frac{\frac{۲}{۳}+۰}{۲}=\boxed{\frac{۱}{۳}}$ ✓

s.a.m

$f(x)=x+۲\sqrt{x} \rightarrow y=(\sqrt{x}+1)^۲-1 \rightarrow y+1=(\sqrt{x}+1)^۲ \rightarrow$ ② ۶

$\rightarrow \sqrt{y+1}=\sqrt{x}+1 \rightarrow \sqrt{y+1}-1=\sqrt{x} \xrightarrow{\text{۲ طرف به توان ۲}} y+1+1-۲\sqrt{y+1}=x \rightarrow$

$\rightarrow x=y-۲\sqrt{y+1}+۲ \rightarrow y=x-۲\sqrt{x+1}+۲ \rightarrow f^{-1}(x)=(\sqrt{x+1}-1)^۲$ ✓ $\rightarrow$

دقت!

$D_{f^{-1}}=R_f=[0,+\infty)$ ✓

$y=x-1+۲^x \xrightarrow[\text{با } y=x \text{ برابر قرار میدیم}]{\text{چون تابع صعودی است آن را}} x-1+۲^x=\cancel{x} \rightarrow ۲^x=1 \rightarrow$ ۷ ②

$\rightarrow \boxed{x=0} \rightarrow$ در یک نقطه ✓

$f(x)=x^۳+۴x \qquad y=\sqrt{f^{-1}(x)-x}$ ② ۸

$f^{-1}(x)=u \rightarrow f(u)=x \rightarrow f^{-1}(x)-x\geq 0 \rightarrow u-(u^۳+۴u)=-u^۳-۳u\geq 0$

$\rightarrow -(u^۳+۳u)\geq 0 \rightarrow u^۳+۳u\leq 0 \rightarrow u(\underbrace{u^۲+۳}_{+\text{همواره}})\leq 0 \rightarrow u\leq 0$

$x\leq f(0)=0 \rightarrow D_f=(-\infty,0] \rightarrow$ تنها $x=0$ جزو اعداد صحیح نامنفی

این بازه است چون کامل I

عدد صحیح نامنفی است ✓

۱٫۷۵

$f(x) = -x + \sqrt{x+4} \xrightarrow[\text{تعیین وارون}]{y=x \text{ قرینه نسبت به}} y = -(\sqrt{x+4} - \frac{1}{2})^2 + \frac{17}{4}$ ۹

$\frac{17}{4} - y = (\sqrt{x+4} - \frac{1}{2})^2 \to \sqrt{\frac{17}{4} - y} = \sqrt{x+4} - \frac{1}{2} \to \sqrt{\frac{17}{4} - y} + \frac{1}{2} = \sqrt{x+4} \to$

$\xrightarrow{\text{طرفین ؛ توان ۲}} \frac{17}{4} - y + \frac{1}{4} + \sqrt{\frac{17}{4} - y} = x+4 \to x = -y + \sqrt{\frac{17}{4} - y} + \frac{1}{2}$

$f^{-1}(x) = -x + \sqrt{\frac{17}{4} - x} + \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{۴ واحد به چپ}} g(x) = -(x+4) + \sqrt{\frac{17}{4} - (x+4)} + \frac{1}{2} \to$

$\to g(x) = -x - 4 + \sqrt{-x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2} = x - 3 \longrightarrow$

$\to \overset{2x+\frac{1}{2}}{\cancel{2x+1-\frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{1}{4} - x} \xrightarrow{\text{طرفین ؛ توان ۲}} 4x^2 + 2x + \cancel{\frac{1}{4}} = \cancel{\frac{1}{4}} - x \to$

$\to 4x^2 + 3x = 0 \to x(4x+3) = 0 \to x = 0$ ✓

$\to x = -\frac{3}{4}$ → مردود در شرط ۳ چون صدق نمی‌کند پس ۲ جواب دارد

غ ق ق

جواب رادیکال رو منفی نمیشه

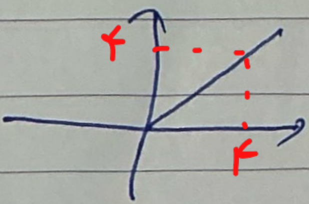
۲ جا با هم برخورد می‌کنند.

$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \longrightarrow$ در صورت وارون کردن با خودش برابر باشد ← ۱۰

۱٫۷۵

$\to f(x) = f^{-1}(x) \to f \circ f(x) = f^{-1} \circ f(x) = x$ ✓

$D_f \to x \ge 0 , y \ge 0$



دامنه رو مشخص کن!