نام و نام خانوادگی ....مهراناز نیلی.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..11.. کلاس ..A – ریاضی..

**۱**

الف) $f: x+[x]=y \xrightarrow{[\ ]} [x+[x]]=[y] \to 2[x]=[y] \Rightarrow [x]=\frac{[y]}{2}$

$f^{-1} \Rightarrow x+\frac{[y]}{2}=y \xrightarrow[y,x]{\text{عوض کردن جا}} y=x-\frac{[x]}{2}=f^{-1}(x) \to \cancel{x}-\frac{[x]}{2}=\cancel{x}+[x] \to [x]=-\frac{[x]}{2}$

$\xrightarrow{\times 2} 2[x]=-[x] \to 3[x]=0 \to [x]=0 \to x\in[0,1) \to$ بی‌شمار نقطه برخورد

ب) $\underbrace{f\circ f^{-1}(x)}_{x\in D=\{[2k,2k+1),\ k\in\mathbb{Z}\}}=3x-\frac{3}{2} \to \cancel{x}=\cancel{3}x-\frac{3}{2} \to x=\frac{3}{4}=1/5$

لـ در دامنه نیست X

جواب ندارد.

**۲**

$\frac{a}{4}$ : مجانب افقی

$4x+b=0 \to \frac{-b}{4}$ : " قائم

$\xrightarrow{\text{محل برخورد}} \left(\frac{a}{4},\frac{a}{4}\right)=\left(\frac{-b}{4},\frac{-b}{4}\right) \to \frac{a}{\cancel{4}}=\frac{-b}{\cancel{4}} \to a=-b$

$\Rightarrow y=\frac{(-b)x+3}{4x+b} \xrightarrow[b+(-b)=0]{\text{چون جمع}} f(x)=f^{-1}(x) \longrightarrow f(f^{-1}(x))=f\circ f=x$

$\Rightarrow f\circ f(5-\sqrt{6})=5-\sqrt{6}$

**۳**

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ $\quad f(x)=\frac{3x+14}{x^2+3x+3}=x \longrightarrow \cancel{3x}+14=x^3+\cancel{3x^2}\ldots$

$0=x^2+3x-3 \longrightarrow S=-3$

$\longrightarrow P=-3$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-3}{-3}=1$

**۴**

$f(x)=|2x+5|-|5x-2|$

$-2/5$ ریشه $\qquad 0/4$ ریشه

$f(x)\begin{cases} x\geq 0/4 \to 2x+5-5x+2=-3x+7 \to \\ 0/4>x\geq -2/5 \to 7x+3 \\ x<-2/5 \to 3x-7 \end{cases}$

نزولی $\xrightarrow{\text{برد}} = (-\infty,5/8]$

$y=-3x+7 \to \frac{y-7}{-3}=x \to \frac{7-x}{3}=y$

$\xrightarrow[x,y]{\text{جابجایی}} \frac{7-x}{3}=y \quad D=(-\infty,5/8]$

**۵**

$g(x)=2f(3x)-1 \xrightarrow{g^{-1}?} y=2f(3x)-1 \to \frac{x+1}{2}=f(3y) \xrightarrow{f^{-1}} f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)=3y$

$\frac{f^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)}{3}=y=g^{-1}(x)$

$a=\frac{1}{3}$

$b=1$

$c=2$

$d=0$

$\frac{ac+\cancel{d}}{2b}=\frac{\frac{2}{3}}{2}=\frac{1}{3}$

$f(x) = x + 2\sqrt{x}$ $D = [0, +\infty)$ $R = [0, +\infty)$

$y = x + 2\sqrt{x} + 1 - 1$

$(\sqrt{x}+1)^2 - 1 = y \to \pm\sqrt{y+1} = \sqrt{x}+1$

$(\sqrt{y+1} - 1)^2 = x \xleftarrow{\text{جابجایی } y \text{ و } x} \sqrt{y+1} = \sqrt{x} + 1$ ۶

$(\sqrt{x+1} - 1)^2 = y$

$D = [0, +\infty)$

---

$\cancel{x} - 1 + 2^x = \cancel{x} \to 2^x = 1 \to x = 0$

یک نقطه

۷

---

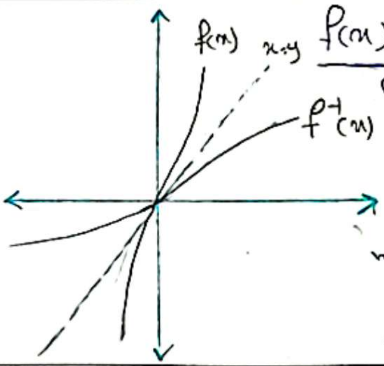
$f^{-1}(x) - x \geq 0 \to f^{-1}(x) \geq x$

$x^3 + 4x = x \to x^3 + 3x = 0 \to x(x^2+3) = 0$

$x = 0$ در صفر با همانی برخورد دارد.

طبق شکل در $x$ های منفی $f^{-1}(x)$ بالاتر از $y = x$ است پس:

$D = (-\infty, 0]$ چند عدد صحیح نامنفی؟ $\to$ یک عدد $\{0\}$




$f(x) = x^3 + 4x$

مشتق

$3x^2 + 4 = 0$

$3x^2 = -4$

جواب ندارد پس max و min ندارد پس شکل تابع است.

۸

---

$f(x) = -x + \sqrt{x+4} \xrightarrow{\text{وارون}} x + y = \sqrt{y+4} \Rightarrow (x+y)^2 = y + 4 \to \begin{cases} f(0) = 2 \\ f^{-1}(2) = 0 \end{cases}$

$y^2 + (2x-1)y + (x^2-4) = 0 \to \dfrac{-2x+1 \pm \sqrt{17-4x}}{2}$ با امتحان عدد $\to$

$f^{-1}(x) = \dfrac{-2x+1+\sqrt{17-4x}}{2}$ ۹

$D_{f^{-1}} = (-\infty, \frac{17}{4}]$ $(x+4)$ به جای $x$ ... 

برد $f(x)$ = دامنه $f^{-1}(x) = (-\infty, \frac{17}{4}]$

$\dfrac{-2x-7+\sqrt{\cancel{17-4x-16}} \; -4x+1}{2} = x - 3 \xrightarrow{\text{به توان } 2} -4x+1 = (4x-1)^2 \to -4x+1 = 16x^2 + 8x + 1 \to 16x^2 - 12x = 0$

$x(16x - 12)$

$0$ و $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ $\to$ $\frac{3}{4}$ در دامنه نیست $\leftarrow$ ۲ ریشه $\leftarrow$ یکی قابل قبول پس یک ریشه

~~...~~ دارد.

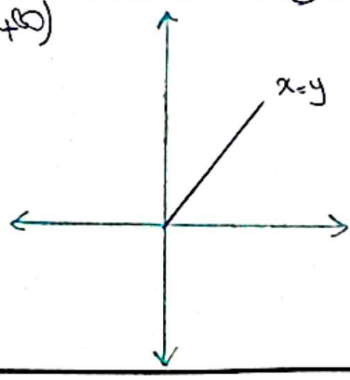
دامنه $(-\infty, \frac{1}{4}]$

---

$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \xrightarrow{f = f^{-1}}$ $x = (2-\sqrt{y})^2$ $D = R = [0, +\infty)$

$y = (2-\sqrt{x})^2$

$f = f^{-1} = f \circ f(x) = f \circ f^{-1}(x) = x$ $D = [0, +\infty)$




۱۰