آرین حسینیه — کلاس دوازدهم — دفتر چهل — گروه A — تکلیف عادی ۱۲ — ۱۳٫۷۵

۱

$$\frac{a\sin\frac{4\pi}{3}+b\cos\frac{7\pi}{6}}{a\sin\frac{11\pi}{6}+b\cos\frac{\pi}{3}}=\tan\frac{4\pi}{9}\rightarrow \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}a-b\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}a+\frac{b}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\rightarrow \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}\left(\frac{a-b}{b-a}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

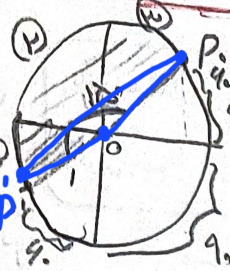
$$\rightarrow \frac{\sqrt{3}(a+b)}{(a-b)}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{a-b}{b-a}=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}\rightarrow 3a-3b=b-a\rightarrow 4a=4b\rightarrow a=b\rightarrow \frac{b}{a}=1$$

$$3a+3b=b-a\rightarrow 4a=-2b\rightarrow b=-2a\rightarrow \frac{b}{a}=-2$$

۰٫۵

۲



$$P_{90}\left(\frac{1}{2},y\right)\rightarrow P\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

① طول $=R\theta=1\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$

② طول $=R\theta=1\times\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$

③ طول $=R\theta=1\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$

محیط $OPP'=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}+\frac{3\pi}{6}+2=\frac{5\pi}{6}+2$

$$P'\begin{cases}\cos 210\\ \sin 210\end{cases}\rightarrow P'\begin{cases}-\frac{\sqrt{3}}{2}\\ -\frac{1}{2}\end{cases}$$

$$PP'=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2+\left(\frac{1}{2}-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)^2}=\sqrt{2+\sqrt{3}}$$

محیط $=1+1+\sqrt{2+\sqrt{3}}=2+\sqrt{2+\sqrt{3}}$

۰٫۵

۳

عقربه ساعت شمار $\frac{\pi}{9}$ جلو رفته $\rightarrow \frac{\pi}{9}=\frac{180}{9}=20$

$$\rightarrow \frac{\square}{2\pi}=\frac{\pi/9}{\pi/6}\rightarrow \frac{\square}{2\pi}=\frac{6}{9}\rightarrow \square=\frac{12\pi}{9}$$

$$\frac{12\pi}{9}=\frac{12\times180}{9}=\frac{240}{90}=4h+2h=6h$$

هر $\frac{\pi}{6}$ دقیقه ساعت شمار، ۱ ساعت است و ۱۲ دقیقه شمار 2π چرخد ساعت شمار $\frac{\pi}{6}$ جلو میرود. جلو رفتگی عقربه ساعت شمار نصف مقدار دقیقه است.

$2\times20=40$ دقیقه — $2{:}40'$

۱

۴

$$\alpha=\left|\frac{11m}{2}-30H\right|\rightarrow 20=\left|\frac{11m}{2}-30\times3\right|$$

$$20=\frac{11m}{2}-90\rightarrow 110=\frac{11m}{2}\rightarrow m=20$$

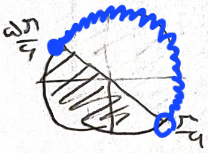
$$-20=\frac{11m}{2}-90\rightarrow 70=\frac{11m}{2}\rightarrow m=\frac{140}{11}=12{,}\ldots$$

۲

۵

$$-\frac{\pi}{6}<x<\frac{5\pi}{6}\rightarrow -1\leq\sin x<\frac{1}{2}\rightarrow -1\leq\frac{m-3}{5}<\frac{1}{2}\rightarrow -5\leq m-3<\frac{5}{2}$$

$$-2\leq m<\frac{11}{2}=5/5$$



$$-\frac{1}{2}<\sin x\leq1\rightarrow -\frac{1}{2}<\frac{m-3}{5}\leq1$$

$$-\frac{5}{2}<m-3\leq5\rightarrow \frac{1}{2}<m\leq8$$

۸ عدد صحیح

۰٫۵

۶

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+15\right)+k\cos\left(\frac{3\pi}{2}-15\right)}{\cos(\pi-15)+2\sin(\pi+15)}=3\rightarrow \frac{\cos15^\circ-k\sin15}{-\cos15^\circ-2\sin15}=3\rightarrow \frac{1-k\tan15}{-1-2\tan15}=\frac{1-0{,}25k}{-1-0{,}5}=3$$

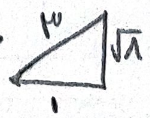
$$1-0{,}25k=-4{,}5\rightarrow 5{,}5=\frac{1}{4}k\rightarrow k=\frac{11}{2}\times4=22$$

۲

۷

$$\frac{\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-\cot(\pi-x)}{\cot\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)+2\tan(\pi-x)}=\frac{\cot x+\cot x}{\tan x-2\tan x}=\frac{2\cot x}{-\tan x}=\frac{\frac{2}{\sqrt{8}}}{\frac{-\sqrt{8}}{1}}=-\frac{2}{8}=-\frac{1}{4}$$

$$\frac{1-\cos x}{1+\cos x}=2\rightarrow 1-\cos x=2+2\cos x\rightarrow -1=3\cos x\rightarrow \cos x=-\frac{1}{3}$$



ناحیه دوم $\rightarrow$ $\sin>0$، $\cos<0$، $\tan<0$، $\cot<0$

$\cot=\frac{1}{\sqrt{8}}$

$\tan=\sqrt{8}$

۲

۱

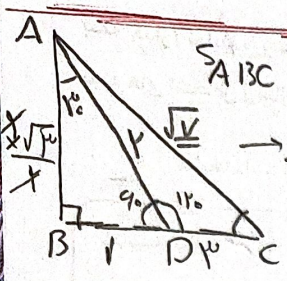
$\omega = R\theta \rightarrow \frac{۳\pi}{۵} \times R_A = \frac{۹\pi}{۱۰} \times R_B \rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{۹\pi}{۱۰} \times \frac{۵}{۳\pi} = \frac{۳}{۲} \rightarrow \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^۲ = \frac{۹}{۴}$ ✓

نسبت مساحت

$۱۰۸ \times \frac{\pi}{۱۸۰} = \frac{۵۴\pi}{۹۰} = \frac{۹\pi}{۱۰} = \frac{۳\pi}{۵}$

۲

۹



$S_{ABC} = \sqrt{۳}$

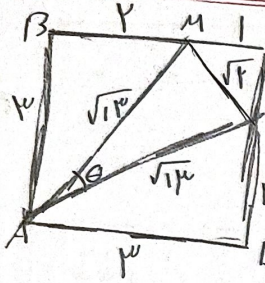
$\rightarrow AC = \sqrt{۳+۴} = \sqrt{۷}$

$\rightarrow \frac{۱ \times ۲ \times \sin\theta}{۲} = \sqrt{۳} \rightarrow \sin\theta = ۲\sqrt{۳} \times \frac{۲}{۴} = ۴ - ۱ = ۳ \rightarrow DC$ ✓

۱/۷۵

$\sin ۱۲C = ۲\sin C \times \cos C = ۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}} \times \frac{۲}{\sqrt{۷}} = \frac{۴\sqrt{۳}}{۷}$

۱۰



$\sin\theta = ?$

$\rightarrow$ مثلث $= ۳^۲ = ۹$

$\rightarrow$ مثلث $= ۹ - \left(\frac{۳\times۲}{۲} + \frac{۱\times۱}{۲} + \frac{۲\times۳}{۲}\right) = ۹ - \frac{۱۳}{۲} = \frac{۵}{۲}$

$\rightarrow$ مثلث $= \frac{۱}{۲}\sin\sqrt{۱۳} \times \sqrt{۱۳} \rightarrow \frac{۱۱}{۲} = \frac{۱}{۲} \times \sin\theta \times ۱۳ \rightarrow \sin\theta = \frac{۱۱}{۱۳}$

۱/۵

$\rightarrow \frac{۵}{۲} = \frac{۱}{۲} \times \sqrt{۱۳} \times \sqrt{۱۳} \times \sin\theta \rightarrow \sin\theta = \frac{۵}{۱۳}$