نام و نام خانوادگی ...سپیده ثنایی طبا... ۱۹

پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۲.. کلاس دوازدهم دختر ...A...

۱

$$\frac{a\sin\frac{۴\pi}{۳}+b\cos\frac{۷\pi}{۶}}{a\sin\frac{۱۱\pi}{۶}+b\cos\frac{\pi}{۳}}=\tan\frac{۵\pi}{۶}$$

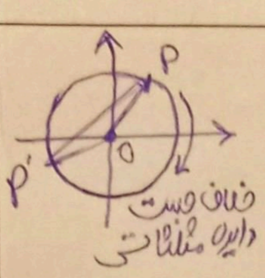
$$\frac{-a\frac{\sqrt{۳}}{۲}-b\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{-a\frac{۱}{۲}+b\frac{۱}{۲}}=\frac{-\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۲}(-a-b)}{\frac{۱}{۲}(-a+b)}=\frac{-\sqrt{۳}}{۳}$$

$\sin\frac{۴\pi}{۳}=\sin ۲۴۰^\circ=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ $\quad\cos\frac{\pi}{۳}=\cos ۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}$ $\quad\sqrt{۳}\,\frac{-a-b}{-a+b}=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}\Rightarrow$ ②

$\cos\frac{۷\pi}{۶}=\cos ۲۱۰^\circ=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ $\quad\tan\frac{۵\pi}{۶}=\tan ۱۵۰^\circ=\frac{-\sqrt{۳}}{۳}$ $\quad\frac{-a-b}{-a+b}=\frac{-۱}{۳}\Rightarrow -۳a-۳b=a-b$

$\sin\frac{۱۱\pi}{۶}=\sin ۳۳۰^\circ=-\frac{۱}{۲}$ $\quad\Rightarrow b=-۲a\quad\frac{b}{a}=\frac{-۲a}{a}=\boxed{-۲}$ ✓ $\quad -۲b=۴a$

۲



$P(\frac{۱}{۲},y)\quad(\frac{۱}{۲})^۲+y^۲=۱\Rightarrow y=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow P=۶۰^\circ$

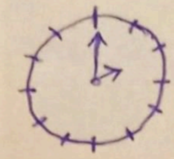
محیط $OP'P=\underbrace{۲r}_{۲}+PP'\quad P\hat{O}P'=۱۵۰^\circ\Longrightarrow$ طبق قضیه‌ی کسینوس‌ها

$$PP'=\sqrt{OP^۲+OP'^۲-۲(OP)(OP')\underbrace{\cos ۱۵۰^\circ}_{-\frac{\sqrt{۳}}{۲}}}=\sqrt{۱+۱+\sqrt{۳}}=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$$

محیط $=۲+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$ ✓ ②

* شعاع دایره مثلثاتی یک است ⇐ $r=۱$

۳



در طول یک ساعت عقربه‌ی ساعت شمار ۳۰° حرکت کرده و عقربه‌ی دقیقه شمار ۶۰′ را طی می‌کند.

⇐ درجه‌ی ساعت شمار = $\frac{۱}{۲}\times$ دقیقه‌ی دقیقه شمار

$\frac{\pi}{۹}\times\frac{۱۸۰}{\pi}=۲۰^\circ\qquad ۲۰=\frac{۱}{۲}\times min\Rightarrow min=۴۰'$

⇒ ساعت نهایی $=۲:۴۰'$ ✓ ②

۴

$\alpha=|۵{,}۵M-۳۰h|$

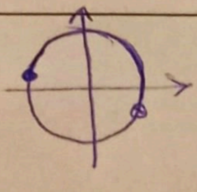
$۲۰=|۵{,}۵M-۹۰|\longrightarrow ۵{,}۵M-۹۰=۲۰\Rightarrow ۵{,}۵M=۱۱۰\quad\boxed{M=۲۰}$ ✓

$\searrow ۵{,}۵M-۹۰=-۲۰\Rightarrow ۵{,}۵M=۷۰\quad M=\frac{۱۴}{۱{,}۱}$

② پس از ۲۰′ برای دومین بار فاصله ۲۰° می‌شود

۵

$-\frac{\pi}{۶}<x\leq\frac{۵\pi}{۶}$



$-\frac{۱}{۲}<\sin x\leq ۱$

m شامل ۸ عدد صحیح می‌باشد.

$-\frac{۱}{۲}<\frac{m-۳}{۵}\leq ۱\longrightarrow-\frac{۵}{۲}<m-۳\leq ۵\longrightarrow ۰{,}۵<m\leq ۸$ ✓ $\quad$ ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸

②

۶

$$\frac{\sin(\frac{\pi}{۲}+۱۵^\circ)+K\cos(\frac{۳\pi}{۲}-۱۵^\circ)}{\cos(\pi-۱۵^\circ)+۲\sin(۲\pi+۱۵^\circ)}=\frac{\cos۱۵^\circ-K\sin۱۵^\circ}{-\cos۱۵^\circ+۲\sin۱۵^\circ}=۳\xrightarrow{\text{تقسیم بر } \cos}$$

①

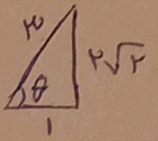
$$\frac{۱-K\tan۱۵^\circ}{-۱+۲\tan۱۵^\circ}=۳\Rightarrow\frac{۱-K\times۰/۲۵}{-۱+\underbrace{۲\times۰/۲۵}_{۰/۵}}=\frac{۱-K\times۰/۲۵}{-۰/۵}=۳\Rightarrow ۱-K\times۰/۲۵=-\frac{۳}{۲}$$

$$K\times۰/۲۵=۱+\frac{۳}{۲}=\frac{۵}{۲}=\frac{۱۰}{۴}\Rightarrow \underline{K=۱۰}$$

$$۱-K/۴=-۳-۶/۴ \qquad -\frac{K}{۴}=-\frac{۲۲}{۴}\rightarrow \boxed{K=۲۲}$$

۷

$$\frac{۱-\cos x}{۱+\cos x}=۲\Rightarrow ۱-\cos x=۲+۲\cos x\Rightarrow \cos x=-\frac{۱}{۳}$$



$$\frac{\cot x+\cot x}{\tan x-۲\tan x}=\frac{۲\cot x}{-\tan x}=\frac{-\frac{۱}{\sqrt{۲}}}{۲\sqrt{۲}}=\boxed{\frac{-۱}{۴}}$$ ✓

$\tan\theta=-۲\sqrt{۲}$

$\cot\theta=\frac{-۱}{۲\sqrt{۲}}$

②

۸

$$\text{طول کمان}=\alpha R \qquad ۱۰۸^\circ\times\frac{\pi}{۱۸۰}=\frac{۳\pi}{۵}$$

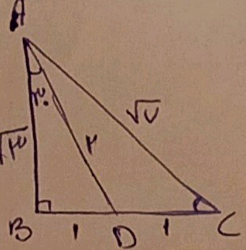
طول کمان ۲ = طول کمان ۱

$$\frac{۳\pi}{۵}r_A=\frac{۹\pi}{۱۰}r_B\Rightarrow r_A=\frac{۳}{۲}r_B$$

$$\frac{S_A}{S_B}=\frac{\pi r_A^۲}{\pi r_B^۲}=\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۲=\left(\frac{\frac{۳}{۲}r_B}{r_B}\right)^۲=\frac{۹}{۴}$$ ✓

②

۹



$$\sin۳۰^\circ=\frac{۱}{۲}=\frac{BD}{AD}=\frac{۱}{AD}\Rightarrow AD=۲$$

②

فیثاغورس $AD^۲=BD^۲+AB^۲ \quad ۴=۱+AB^۲\Rightarrow AB=\sqrt{۳}$

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}}=\frac{۱}{۲}\times AB\times BC\Rightarrow\sqrt{۳}=\frac{۱}{۲}\times\sqrt{۳}\times BC\Rightarrow BC=۲\Rightarrow DC=۱$$

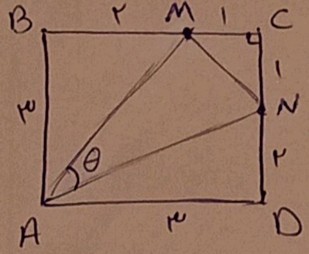
$$\sin۲\hat{C}=۲\sin\hat{C}\cos\hat{C}=۲\times\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}}\times\frac{۲}{\sqrt{۷}}=\frac{۴\sqrt{۳}}{۷}$$ ✓

$\sin\hat{C}=\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}}$

$$AC^۲=AB^۲+BC^۲\Rightarrow ۳+۴=AC^۲\Rightarrow AC=\sqrt{۷}$$

$\cos\hat{C}=\frac{۲}{\sqrt{۷}}$

۱۰



$$MN=\sqrt{۲},\ AM=AN=\sqrt{۳^۲+۲^۲}=\sqrt{۱۳}$$

قضیه‌ی کسینوس‌ها:

$$MN^۲=AM^۲+AN^۲-۲(AM)(AN)\cos\theta$$

$$۲=۱۳+۱۳-۲\times۱۳\cos\theta\Rightarrow ۲۶\cos\theta=۲۴$$

$$\cos\theta=\frac{۲۴}{۲۶}=\frac{۱۲}{۱۳}$$

θ زاویه‌ی حاده است پس $\sin\theta>۰$ است.

$$\sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱ \quad \sin^۲\theta+\frac{۱۴۴}{۱۶۹}=۱\Rightarrow\sin\theta=\frac{۵}{۱۳}$$ ✓

②