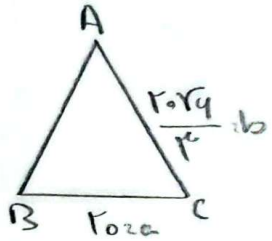
۱۴٫۵

نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۴ کلاس .....

۱



$\frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} = \frac{a}{\sin\hat{A}}$ (۲)

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ$

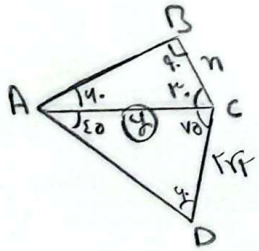
$\hat{C}=40^\circ$

$\hat{B}=45^\circ$ ✓

$c=75^\circ$ ✓

$\frac{20}{\sin 40^\circ} = \frac{\frac{20\sqrt{6}}{2}}{\sin\hat{B}} \rightarrow \sin\hat{B} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

۲



(۰٫۵)

$y = 2\sqrt{3}$

$\frac{2\sqrt{2}}{\sin 30^\circ} = \frac{y}{\sin 45^\circ} \rightarrow y = 4 \times \frac{1}{2}$ (۱)

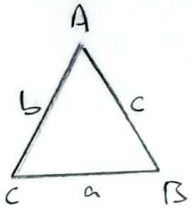
$\frac{2\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ ✓

$\sin 40^\circ = \frac{x}{2\sqrt{3}}$

$x = 3$

$\frac{2}{1\sin 40^\circ} = \frac{n}{\sin 40^\circ \frac{1}{2}} \rightarrow n = 1$

۳



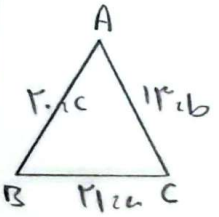
$(b^2-2)\frac{\sin\hat{C}}{\sin\hat{B}} = c \rightarrow \frac{\sin\hat{C}}{c} = \frac{\sin\hat{B}}{b^2-2} = \frac{\sin\hat{B}}{b}$ (۲)

$b^2-2=b \rightarrow b^2-b-2=0$

$b=-1$ ✗

$b=2$ ✓

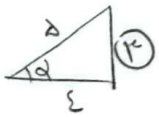
۴



$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\hat{B}$

$14^2 = 21^2 + 20^2 - 2\times(20)(21)\cos\hat{B}$ (۲)

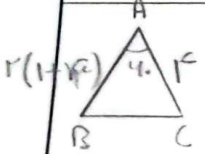
$\cos\hat{B} = \frac{4}{5}$ ✓



(۲)

$\sin\hat{B} = \frac{3}{5}$ ✓

۵



$a^2 = 4^2 + 4(1+\sqrt{2})^2 - 2\times4\times4(1+\sqrt{2})\cos 45^\circ$

$a^2 = 16+16+8\sqrt{2}-8-8\sqrt{2} = 24$

$a = 2\sqrt{6}$ ✓

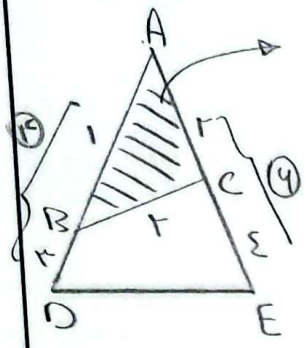
$\frac{\frac{2\sqrt{2}}{2}}{\sin 90^\circ} = \frac{\sin\hat{B}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\sin\hat{B} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$\hat{B} = 30^\circ$ ✓

$C = 180 - (30+90) = 60^\circ$ ✓

۶

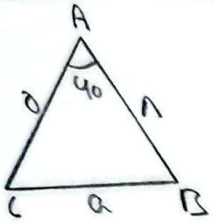


$۲^۲ = ۲^۲ + ۱^۲ - ۲ \times ۲ \times ۱ \times \cos\hat{A} \rightarrow \cos\hat{A} = \frac{۱}{۴}$ ✓

$DE^۲ = ۹^۲ + ۱۶^۲ - ۲ \times ۹ \times ۱۶ \times \frac{۱}{۴}$

$DE = \sqrt{۱۴۰} = \boxed{۲\sqrt{۳۵}}$ ✓ (۲)

۷



$a^۲ = ۸^۲ + ۵^۲ - ۲ \times ۸ \times ۵ \times \frac{۱}{۲}$

$\boxed{a = ۷}$ ✓

$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} b c \sin\hat{A}$

$\frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۵ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \boxed{۱۰\sqrt{۳}}$ ✓ (۲)

۸

$$\frac{(b+c)^۲ - a^۲}{bc(\cos\hat{A}+۱)} = \frac{b^۲ + c^۲ + ۲bc - (b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos A)}{bc(\cos\hat{A}+۱)} = \frac{bc(۲\cos A + ۲)}{bc(\cos A + ۱)}$$

(۲)

$(b+c)^۲ = b^۲ + c^۲ + ۲bc$

$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A}$

$= \boxed{۲}$ ✓

۹

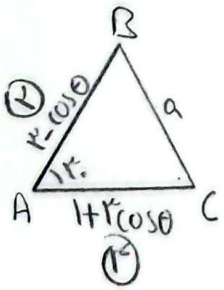
$a^۳ + b^۲ - c^۳ = a^۲(a+b-c) = a^۳ + a^۲(b-c) \rightarrow b^۳ - c^۳ = a^۲(b-c)$

$(b-c)(b^۲ + c^۲ + bc) = a^۲(b-c)$

$a^۲ = b^۲ + c^۲ + bc \rightsquigarrow a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos A^\circ$

$\cos A^\circ = -\frac{۱}{۲} \rightarrow A^\circ = ۱۲۰^\circ$ (۵)

۱۰



$۲ = \frac{۱}{۲}(۲ - \cos\theta)(۱ + ۲\cos\theta)\sin ۱۲۰^\circ$

$(۲ - \cos\theta)(۱ + ۲\cos\theta) = ۸$

$۲ - \cos\theta + ۹\cos\theta - ۲\cos^۲\theta = ۸$

$۰ = ۲\cos^۲\theta - ۸\cos\theta + ۵$

$\boxed{\cos\theta = ۱} \checkmark \quad \cos\theta = \frac{۵}{۲} \times$

$a^۲ = ۴^۲ + ۲^۲ - ۲ \times ۴ \times ۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

$\boxed{a^۲ = ۲۰ - ۸\sqrt{۳}}$ ✓ (۲)