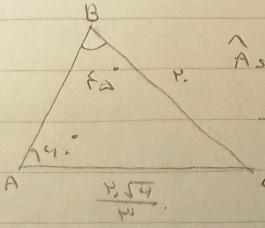
آیلا میرجنبنا ۲۰

۱.



$\hat A = 180 - 120 = 60°$

$\frac{a}{\sin \hat A} = \frac{b}{\sin \hat B} = \frac{c}{\sin \hat C}$

②

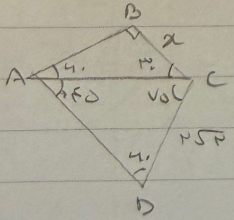
$\frac{20}{\frac{\sqrt3}{2}} = \frac{40}{\sqrt3} = \frac{20\sqrt6}{3 \sin \hat B} \to 120 \sin \hat B = 60\sqrt2$

$\sin \hat B = \frac{60\sqrt2}{120} = \frac{\sqrt2}{2} \to \hat B = \boxed{45°}$ ✓

۰ < زاویه‌ها < ۹۰

$\hat C = 180 - (60 + 45) = \boxed{75°}$ ✓

۲.



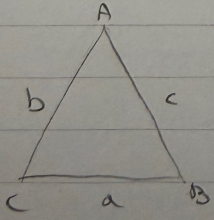
$\hat A_1 = 45° \to \frac{a}{\sin \hat A_1} = \frac{d}{\sin \hat D} \to \frac{2\sqrt2}{\frac{1}{\sqrt2}} = \frac{4\sqrt2}{\sqrt2} = ④$

$\to 4 = \frac{2d}{\sqrt3} \to d = \frac{4\sqrt3}{2} = \boxed{2\sqrt3 = b}$

②

$\frac{b}{\sin \hat B} = \frac{a}{\sin \hat A} \to \frac{2\sqrt3}{1} = \frac{2x}{\sqrt3} \to x = 3$ ✓

۳.



$\frac{c}{\sin \hat C} = \frac{b}{\sin \hat B} \to c = b \frac{\sin \hat C}{\sin \hat B}$

$\to b = b^2 - 2$

$c = (b^2 - 2) \frac{\sin \hat C}{\sin \hat B}$

$\to b^2 - b - 2 = 0$

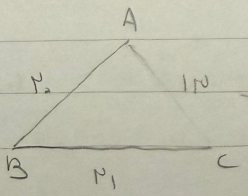
$(b - 2)(b + 1)$

$\boxed{b = 2}$ ✓ $b = -1$ ✗

②

آیلا منفرد دنا

۴.



$\rightarrow b^۲ = a^۲ + c^۲ - ۲ac\cos\hat{B}$

$(۱۳)^۲ = (۲۱)^۲ + (۲۰)^۲ - ۲(۲۱)(۲۰)\cos\hat{B}$ ۲

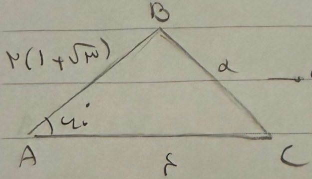
$۱۶۹ = ۴۴۱ + ۴۰۰ - ۸۴۰\cos\hat{B}$

$۸۴۰\cos\hat{B} = ۶۷۲ \rightarrow \cos\hat{B} = \frac{۶۷۲}{۸۴۰} = \frac{۴}{۵}$ ✓

$\sin^۲ x = ۱ - \cos^۲ x \rightarrow \sin^۲ B = ۱ - \frac{۱۶}{۲۵} = \frac{۹}{۲۵}$

$\sin\hat{B} = \frac{۳}{۵}$ ✓

۵.



الف) $\rightarrow a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A}$

$a^۲ = ۴ + ۱۲ + ۸\sqrt{۳} + ۱۶ - (۱۶ + ۱۶\sqrt{۳} \times \frac{۱}{۲}) = ۲۴$

$a = \sqrt{۲۴} = ۲\sqrt{۶}$ ✓

۲

ب) $\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{c}{\sin\hat{C}} \rightarrow \frac{۲(۱+\sqrt{۳})}{\sin\hat{C}} = \frac{۴}{\sin\hat{B}} = \frac{۴\sqrt{۶}}{\sqrt{۳}}$

$\sin B = \frac{۴\sqrt{۳}}{۴\sqrt{۶}} = \sqrt{\frac{۱}{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \rightarrow \hat{B} = ۴۵^\circ$ ✓

$\hat{C} = ۱۸۰ - (۶۰ + ۴۵) = ۷۵^\circ$ ✓

۶.

$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲(AB)(AC)\overset{\alpha}{\cancel{\cos\hat{A}}} \rightarrow ۴ = ۱ + ۴ - ۴\cos\alpha$

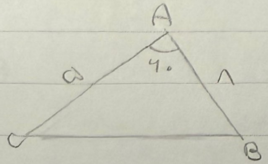
$\rightarrow ۴\cos\alpha = ۱ \rightarrow \cos\alpha = \frac{۱}{۴}$ ✓

$DE^۲ = AD^۲ + AE^۲ - ۲(AD)(AE)\cos\alpha \rightarrow DE^۲ = ۱۶ + ۳۶ - \overset{۱۲}{\cancel{۴۸ \times \frac{۱}{۴}}}$ ۲

$DE^۲ = ۴۰ \rightarrow DE = \sqrt{۴۰} = ۲\sqrt{۱۰}$ ✓

آیلا مفروزنیا

۷.



الف) (۲)

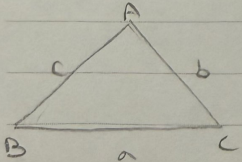
$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲(AB)(AC)\cos\hat{A}$

$BC^۲ = ۶۴ + ۲۵ - \cancel{۸۰}_{۴۰} \times \cancel{\frac{۱}{۲}} = ۴۹ \rightarrow BC = \sqrt{۴۹} = ۷$ ✓

ب)

$\frac{۱}{۲} \times AB \times AC \times \sin\hat{A} \longrightarrow \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۵ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۱۰\sqrt{۳}$ ✓

۸.

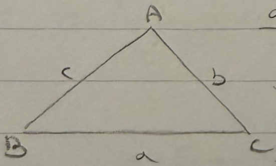


$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A}$

$(b+c)^۲ - a^۲ = \cancel{b^۲} + \cancel{c^۲} + ۲bc - \cancel{b^۲} - \cancel{c^۲} + ۲bc\cos\hat{A}$ (۲)

$۲bc(۱+\cos A) \longrightarrow \frac{۲\cancel{bc}(۱+\cos\hat{A})}{\cancel{bc}(\cos\hat{A}+۱)} = ۲$ ✓

۹.



$\frac{a^۳+b^۳-c^۳}{a+b-c} = a^۲ \longrightarrow \cancel{a^۳} + b^۳ - c^۳ = \cancel{a^۳} + a^۲(b-c)$

(۲)

$\cancel{(b-c)}(b^۲+c^۲+bc) = a^۲\cancel{(b-c)}$

$\cancel{b^۲} + \cancel{c^۲} + bc = \cancel{b^۲} + \cancel{c^۲} - ۲bc\cos\hat{A}$

$۲bc\cos\hat{A} = -bc \longrightarrow \cos\hat{A} = \frac{-۱}{۲} \rightarrow \hat{A} = ۱۲۰°$ ✓

۱۰.

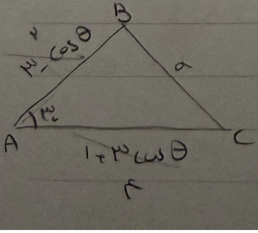
$\frac{۱}{۲} \times (۳-\cos\theta)(۱+۳\cos\theta) \times \frac{۱}{۲} = ۲ \longrightarrow (۳-\cos\theta)(۱+۳\cos\theta) = ۸$

$\longrightarrow -۳\cos^۲\theta + ۸\cos\theta + ۳ = ۸ \longrightarrow ۳\cos^۲\theta - ۸\cos\theta + ۵ = ۰$

$\xrightarrow{\cos\theta = t} ۳t^۲ - ۸t + ۵ = ۰ \longrightarrow t^۲ - ۸t + ۱۵ = ۰ \quad (t-۳)(t-۵)$ (۲)

$t = ۳ \quad t = ۵ \rightarrow \div ۳ = \frac{۵}{۳}$ ✗

$\cos\theta = ۱ \longleftarrow t = ①$



$a^۲ = AB^۲ + AC^۲ - ۲(AB)(AC)\cos ۳۰°$

$a^۲ = ۴ + ۱۶ - ۱۶ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۲۰ - ۸\sqrt{۳}$ ✓