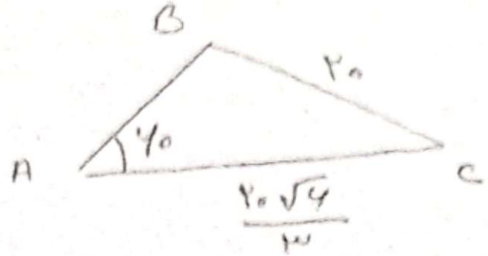
ریاضی ۱۱

(۱)

$B+C=120$ $\qquad A+\underbrace{B+C}_{120}=180 \longrightarrow A=60^\circ$



$\dfrac{\frac{20\sqrt{6}}{3}}{\sin B}=\dfrac{20}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{c}{\sin C}$

$\downarrow$

$\dfrac{40\sqrt{6}\times\sqrt{3}}{6\times 20}=\dfrac{\sqrt{18}}{6}=\dfrac{3\sqrt{2}}{6}$

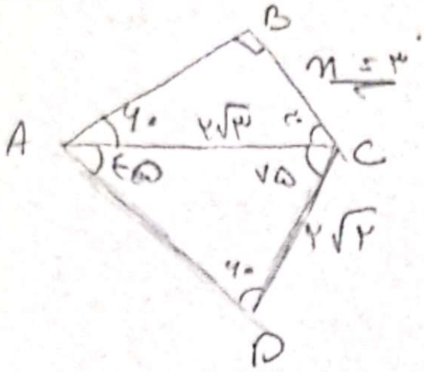
$\hookrightarrow \dfrac{\sqrt{2}}{2}\longrightarrow \boxed{B=45}$

$45+C=120$

$\boxed{C=75}$

---

(۲)



$\begin{array}{r}60\\75\\\hline 135\end{array}\qquad \begin{array}{r}180\\135\\\hline 45\end{array}$

$\dfrac{\sin A}{A}=\dfrac{\sin D}{D}$

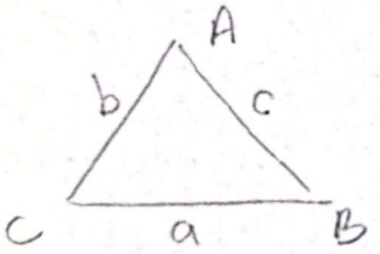
$\longrightarrow \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{2\sqrt{2}}{1}}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\bigcirc}\rightarrow\dfrac{\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\bigcirc}$

$\dfrac{4\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2\times\sqrt{2}}=2\sqrt{3}$

$\dfrac{\sin B}{AC}=\dfrac{\sin A}{BC}\quad\left(\sin B=1,\ AC=2\sqrt{3},\ \sin A=\frac{\sqrt{3}}{2},\ BC=x\right)\rightarrow\dfrac{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{2}$ (۳) جواب

---

(۳)



$(b^2-2)\dfrac{\sin C^\circ}{\sin B^\circ}=c$ $\qquad b=?$

$\dfrac{\sin C^\circ}{c}=\dfrac{\sin B^\circ}{b}\rightarrow\dfrac{\sin C^\circ}{\sin B^\circ}=\dfrac{c}{b}$

$(b^2-2)\times\dfrac{c}{b}=c\longrightarrow(b^2-2)=c\times\dfrac{b}{c}$

$b^2-b-2=0\longrightarrow(b-2)(b+1)=0\longrightarrow\boxed{b=2}$

۲ ق ق $\qquad$ ۱- غ ق ق

۴)

$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos\hat{A}$

$۱۶۹ = ۴۰۰ + ۴۴۱ - ۸۴۰\cos\hat{B}$

$\cos\hat{B} = \frac{۶۷۲}{۸۴۰} = \frac{۴}{۵}$ $\quad$ $\sin^۲B + \cos^۲B = ۱$

$\sin^۲\hat{B} + \frac{۱۶}{۲۵} \rightarrow \sin^۲B = \frac{۹}{۲۵} \rightarrow \sin\hat{B} = \frac{۳}{۵}$

---

۵) الف)

$a^۲ = ۱۶ + ۴(۱ + ۳ + ۲\sqrt{۳}) - (۱۶(۱+\sqrt{۳})\frac{۱}{۲})$

$a^۲ = ۱۶ + ۴ + ۱۲ + ۸\sqrt{۳} - ۸ - ۸\sqrt{۳} = ۲۴ \rightarrow a = ۲\sqrt{۶}$

ب)

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \rightarrow \frac{۲\sqrt{۶}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۴}{\sin\hat{B}}$

$\rightarrow B = ۴۵^\circ$

جمع زوایای مثلث ۱۸۰ $\longrightarrow a + b + c = ۱۸۰ \longrightarrow c = ۷۵$

---

۶)

$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos A$

$۴ = ۴ + ۱ - ۴\cos\alpha \rightarrow \cos\alpha = ۱/۴$

$(DE)^۲ = ۳۶ + ۱۶ - ۴۸(\frac{۱}{۴}) \rightarrow (DE)^۲ = ۴۰$

$\longrightarrow DE = ۲\sqrt{۱۰}$

---

۷) الف)

$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\cos A$

$(BC)^۲ = ۶۴ + ۲۵ - ۴۰ \rightarrow (BC)^۲ = ۴۹ \rightarrow BC = ۷$

ب)

مساحت $= \frac{۱}{۲} bc\sin\hat{A} \longrightarrow \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۵ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲} = ۱۰\sqrt{۳}$

(۸)

$$\frac{(b+c)^2 - a^2}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{b^2+c^2+2bc-a^2-b^2+2bc\cos\hat{A}}{bc(\cos A+1)}$$

$$\frac{2bc(\cos\hat{A}+1)}{bc(\cos A+1)} = 2$$

(۹)

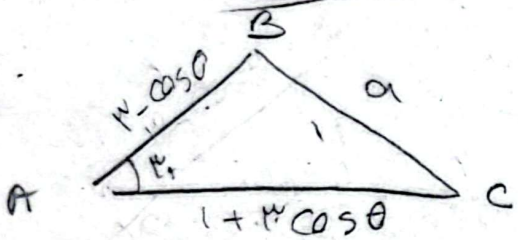
$$\frac{a^3+b^3-c^3}{a+b-c} = a^2 \longrightarrow a^2+b^2-c^2 = a^2+a^2b-a^2c$$

$$\longrightarrow b^3-c^3 = a^2b-a^2c \longrightarrow (b-c)(b^2+c^2-bc) = a^2(b-c)$$

$$a^2 = b^2+c^2-bc \longrightarrow b^2+c^2-2bc\cos\hat{A}$$

$$2\cos A = 1 \longrightarrow \cos\hat{A} \left(\frac{1}{2}\right) \longrightarrow 120^\circ$$

(۱۰)



$$\frac{1}{2} \times (1+3\cos\theta)(2-\cos\theta) \times \frac{1}{2} = 2$$

$$3 - \cos\theta + 9\cos\theta - 3\cos^2\theta = 8$$

$$8\cos\theta - 3\cos^2\theta = 5 \xrightarrow{\cos\theta = t} 3t^2 - 8t + 5 = 0$$

$$t^2 - 8t + 15 = 0 \longrightarrow (t-3)(t-5)$$

$\frac{3}{3} = 1$ غ ق $\quad \frac{5}{3}$ غ ق

$$a^2 = b^2+c^2-2bc\cos\hat{A} \longrightarrow a^2 = 14+4-14 \longrightarrow a^2 = 4$$