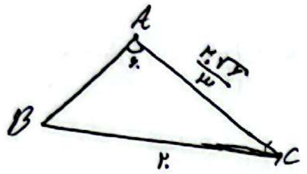
نام و نام خانوادگی ......[illegible]......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۳.... کلاس دهم دختر...A........

۱



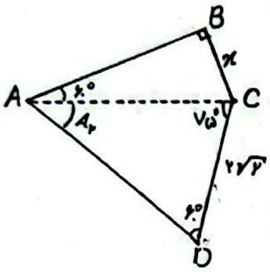
$\hat A+\underbrace{\hat B+\hat C}_{120}=180^\circ \Rightarrow \hat A=60$

قضیه سینوس‌ها: $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{20}{\sin 60}=\frac{\frac{20\sqrt6}{3}}{\sin B} \Rightarrow \frac{20}{\frac{\sqrt3}{2}}=\frac{\frac{20\sqrt6}{3}}{\sin B}$

$\Rightarrow \sin B=\frac{\sqrt2}{2} \Rightarrow \hat B=45^\circ \quad , \hat C=120-45=75^\circ$

با توجه به آنکه B یکی از زوایای مثلث است.

۲



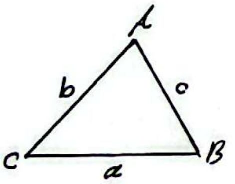
$75^\circ+60^\circ+A_2=180^\circ \Rightarrow A_2=45^\circ \to \sin 45^\circ=\frac{\sqrt2}{2}$

قضیه سینوس‌ها: $\frac{2\sqrt2}{\frac{\sqrt2}{2}}=4=\frac{AC}{\sin D}=\frac{AC}{\frac{\sqrt3}{2}} \Rightarrow AC=2\sqrt3$

$\frac{AC}{\sin B}=\frac{x}{\sin 60} \Rightarrow \frac{2\sqrt3}{1}=\frac{x}{\frac{\sqrt3}{2}} \Rightarrow \boxed{x=3}$

۳

طبق قضیه سینوس‌ها: $\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B} \Rightarrow \sin B=\frac{b\sin C}{c}$



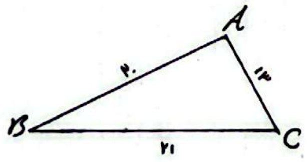
$(b^2-2)\frac{\sin C}{\frac{b\sin C}{c}}=c \Rightarrow (b^2-2)\frac{c}{b}=c \Rightarrow b^2-b-2=0$

$a+c>b \Rightarrow b=\begin{cases} -1 \to \text{غ ق ق} \\ \boxed{2} \end{cases}$

۴

طبق قضیه کسینوس‌ها: $(13)^2=(20)^2+(21)^2-2(20)(21)(\cos\hat B)$

$\Rightarrow 169=400+441-840\cos\hat B \Rightarrow \cos\hat B=\frac{672}{840}=\frac{4}{5}$



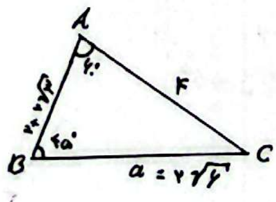
$\sin^2 B=1-\cos^2 B \Rightarrow \sin^2 B=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25} \Rightarrow \sin B=\pm\frac{3}{5}$

مقدار منفی غیرقابل قبول!

$\Rightarrow \boxed{\sin\hat B=+\frac{3}{5}}$

۵

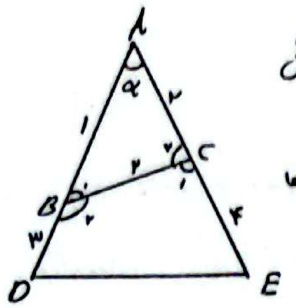
طبق قضیه کسینوس‌ها! $a^2=16+16+\cancel{8\sqrt3}-8-\cancel{8\sqrt3}=24 \Rightarrow a=\underset{\text{غ ق ق}}{\pm}\sqrt{24} \Rightarrow a=2\sqrt6$



$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{2\sqrt6}{\frac{\sqrt3}{2}}=\frac{4}{\sin B} \Rightarrow \sin\hat B=\frac{\sqrt2}{2} \Rightarrow \hat B=45^\circ$

$, \hat C=75^\circ$

۶



مثلث ABC متساوی‌الساقین $\Rightarrow B_1 = \alpha$ / زاویه $\hat{C}_1$ خارجی مثلث ABC $\rightarrow \hat{C}_1 = 2\alpha \Rightarrow \hat{C}_2 = 180 - 2\alpha$

قضیه سینوس‌ها: $\frac{2}{\sin\alpha} = \frac{1}{\sin(180-2\alpha)} \Rightarrow \frac{2}{\sin\alpha} = \frac{1}{\underbrace{\sin 2\alpha}_{2\sin\alpha\cos\alpha}} \Rightarrow 4\cos\alpha = 1 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{4}$

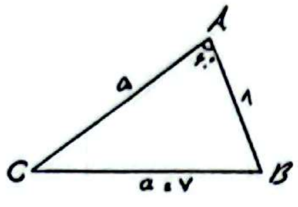
قضیه Cosها: $(\overline{DE})^2 = 36 + 16 - 12 = 40 \Rightarrow \overline{DE} = \sqrt{40} = \boxed{2\sqrt{10}}$

۷

الف) $a^2 = 25 + 64 - 40 \Rightarrow a^2 = 49 \Rightarrow a = \boxed{+7}$

به مقدار منفی آن غیر قابل قبول!

به قضیه کسینوس‌ها.



ب) داریم: $S = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{AB} \times \sin\hat{A} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{10\sqrt{3}}$

۸

$$\frac{(b+c)^2 - a^2}{bc(\cos\hat{A}+1)} \xrightarrow[\text{قضیه کسینوس‌ها!}]{a^2 = b^2+c^2-2bc\cos\hat{A}} \frac{b^2+c^2+2bc-b^2-c^2+2bc\cos\hat{A}}{bc(\cos\hat{A}+1)} = \frac{2\cancel{bc}\cancel{(\cos\hat{A}+1)}}{\cancel{bc}\cancel{(\cos\hat{A}+1)}} = \boxed{2}$$

۹

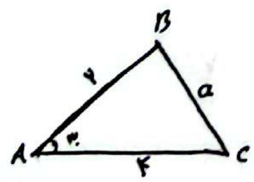
$$\frac{a^3+b^3-c^3}{a+b-c} = a^2 \Rightarrow \cancel{a^3}+b^3-c^3 = \cancel{a^3}+ba^2-ca^2 \Rightarrow \cancel{(b-c)}(b^2+c^2+bc) = a^2\cancel{(b-c)}$$

$$\xrightarrow[\text{قضیه کسینوس‌ها}]{a^2 = b^2+c^2-2bc\cos\hat{A}} b^2+c^2+bc = b^2+c^2-2bc.\cos\hat{A} \Rightarrow \cos\hat{A} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

۱۰

$$S_{ABC} = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times (3-\cos\theta)(1+3\cos\theta) \times \underbrace{\sin 30}_{\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow \frac{1}{4}(3-\cos\theta)(1+3\cos\theta) = 2$$

$$\Rightarrow (3-\cos\theta)(1+3\cos\theta) = 8 \Rightarrow -3\cos^2\theta + 8\cos\theta - 5 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \cos\theta = 1,\ \frac{5}{3} \rightarrow \text{غ ق ق}$$



طبق قضیه کسینوس‌ها: $a^2 = 4 + 16 - 8\sqrt{3} = \boxed{20 - 8\sqrt{3}}$