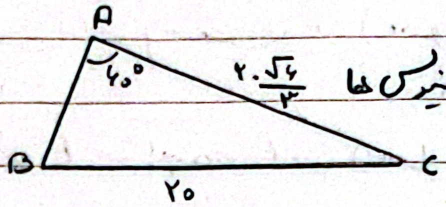
تمرین مسائل تکلیف ۱۳

① $BC=۲۰ \quad B+C=۱۲۰ \quad AC=\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳} \quad \hat{B}=? \quad \hat{C}=?$



قضیه سینوس ها $= \frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin \hat{C}}$

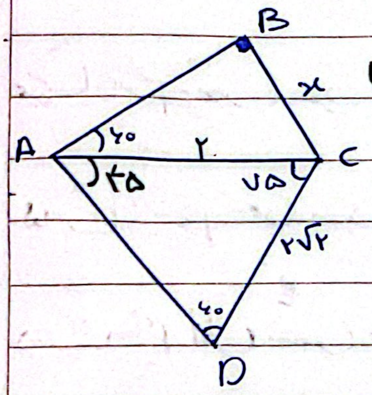
$$\longrightarrow \frac{۲۰}{\underset{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\sin ۶۰}}=\frac{\frac{۲۰\sqrt{۶}}{۳}}{\sin B} \longrightarrow \sin B=\frac{\frac{\cancel{۲۰}\sqrt{۶}}{۳}\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\cancel{۲۰}}=\frac{\sqrt{\overset{۹\times۲}{۱۸}}}{۶}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۶}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\longrightarrow \underline{B=۴۵°}$$

۱۰۵

$C=۱۸۰-۴۵-۶۰=\underline{۷۵°}$

---

② $x=?$



$A_1=۱۸۰-۱۳۵=۴۵$

$$\xrightarrow{\text{قضیه سینوس ها}} \frac{۲\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{\cancel{۲}}}=\frac{d}{\frac{\sqrt{۳}}{\cancel{۲}}} \longrightarrow d=۲$$

$$\xrightarrow[\text{است}]{\text{زاویه روبروی ۶۰°، } \frac{\sqrt{۳}}{۲} \text{ وتر}} \underline{x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۲=\sqrt{۳}}$$

---

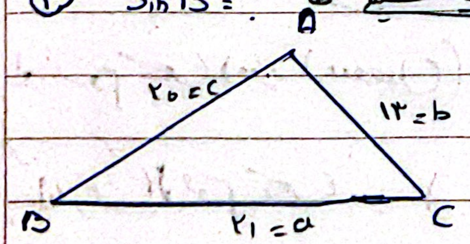
③ $(b^۲-۲)\frac{\sin C}{\sin B}=c \qquad b=?$

$$\frac{(b^۲-۲)}{\sin B}=\frac{c}{\sin C} \longrightarrow b^۲-۲=b \longrightarrow b^۲-b-۲=۰ \quad (b-۲)(b+۱)=۰$$

$$\longrightarrow b=-۱ \text{ غ ق ق} \quad \boxed{b=۲}$$

---

④ $\sin\hat{B}=?$ $\xrightarrow{\text{طبق قضیه کسینوس ها}}$ $b^۲=a^۲+c^۲-۲ac\cos\hat{B}$



$۱۶۹=۴۴۱+۴۰۰-۲(۲۱)(۲۰)\cos\hat{B}$

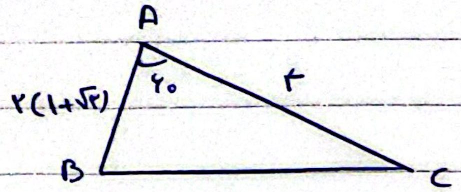
$۱۶۹-۸۴۱=-۸۴۰\cos\hat{B}$

$-۶۷۲=-۸۴۰\cos B$

$\cos B=\frac{۶۷۲}{۸۴۰} \quad \frac{۲^۵\times۳\times۷}{۲^۳\times۵\times۳\times۷}=\frac{۴}{۵}$

اعداد طلایی $\longrightarrow \sin B=\frac{۳}{۵}$

۵- $b = ۴$ $c = ۲(۱+\sqrt{۳})$ $A = ۶۰$



الف) اندازه ضلع a

$$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\,\mathrm{Cos}A$$

$$a^۲ = ۱۶ + ۴(۴+۲\sqrt{۳}) - \cancel{۲}(۸+۸\sqrt{۳})\frac{۱}{\cancel{۲}}$$

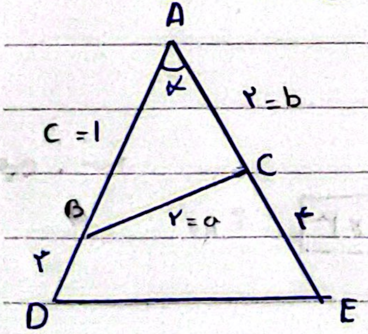
$$a^۲ = ۱۶+۱۶+\cancel{۸\sqrt{۳}}-۸-\cancel{۸\sqrt{۳}} \Rightarrow a^۲ = ۲۴ \rightarrow \boxed{a = ۲\sqrt{۶}}$$

ب) زاویه‌های B و C

$$\frac{۲\sqrt{۶}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{۴}{\mathrm{Sin}B} \longrightarrow \mathrm{Sin}B = \frac{۲\sqrt{۳}}{۲\sqrt{۶}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \longrightarrow \boxed{B = ۴۵}$$

$$C = ۱۸۰ - (۴۵+۶۰) = \boxed{۷۵^\circ}$$

۶- ضلع بزرگتر چهارضلعی



$$a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\,\mathrm{Cos}A$$

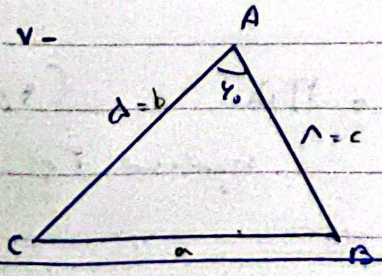
$$۴ = ۴ + ۱ - ۲(۲)\mathrm{Cos}A \quad ۴\mathrm{Cos}A = ۱ \quad \boxed{\mathrm{Cos}A = \frac{۱}{۴}}$$

$$DE^۲ = AD^۲ + AE^۲ - ۲(AD)(AE)\times\frac{۱}{۴})$$

$$DE^۲ = ۱۶ + ۳۶ - ۲(\overset{۶}{\cancel{۲۴}})\times\frac{۱}{\underset{۱}{\cancel{۴}}} \rightarrow DE^۲ = ۵۲ - ۱۲ \rightarrow DE^۲ = ۴۰$$

$$\rightarrow DE = ۲\sqrt{۱۰}$$

۷-



الف) طول BC = a $\quad a^۲ = b^۲ + c^۲ - ۲bc\,\mathrm{Cos}A$

$$a^۲ = ۲۵ + ۶۴ - ۲(۵)(۸)\frac{۱}{۲}$$

$$a^۲ = ۴۹ \longrightarrow \boxed{a = ۷}$$

ب) مساحت ABC $\quad S = \frac{۱}{۲}b\times c\times \mathrm{Sin}A$

$$\longrightarrow S = \overset{۴}{\cancel{۸}}\times ۵\times\frac{۱}{\cancel{۲}}\times\frac{\sqrt{۳}}{\cancel{۲}} = \boxed{۱۰\sqrt{۳}}$$

۸- $\frac{(b+c)^۲ - a^۲}{bc(\mathrm{Cos}A+۱)} = ?$

$$\frac{\cancel{b^۲}+\cancel{c^۲}+۲bc-(\cancel{b^۲}+\cancel{c^۲}-۲bc\,\mathrm{Cos}A)}{bc(\mathrm{Cos}A+۱)} = \frac{۲\cancel{bc}\cancel{(۱+\mathrm{Cos}A)}}{\cancel{bc}\cancel{(\mathrm{Cos}A+۱)}}$$

$$\boxed{= ۲}$$

Subject $\overbrace{}^{a}$ $b^۲$ Date

۹- $\dfrac{a^۳+b^۳-c^۳}{a+b-c}=a^۲$ ~~$\dfrac{(a+b)^۳-۳ab(a+b)-c^۳}{a+b-c}$~~

~~$\dfrac{((a+b)^۳-c^۳)-۳ab(a+b)}{a+b-c}=\dfrac{(a+b-c)(a^۲+b^۲+۲ab+c^۲+c(a+b))-۳ab(a+b)}{a+b-c}$~~

~~$(a+b-c)(a^۲+b^۲+۲ab+(a^۲+b^۲-۲ab\cos\hat{C}$~~

~~$a^۳+b^۳-c^۳ \mid a+b-c$~~

~~$-a^۳-a^۲b+a^۲c \quad a^۲+b$~~

~~$b^۳-a^۲b+a^۲c-c^۳$~~

~~$-b^۳+ab^۲-b^۲c$~~

~~$-a^۲b+a^۲c-c^۳+ab^۲$~~

~~$\dfrac{a^۳+b^۳-c^۳}{a+b-c}=a^۲$~~

$(a^۳+b^۳-c^۳)=a^۲(a+b-c)$

$\cancel{a^۳}+b^۳-c^۳=\cancel{a^۳}+a^۲b-a^۲c$

$(b-c)(b^۲+bc+c^۲)=a^۲(b-c)$

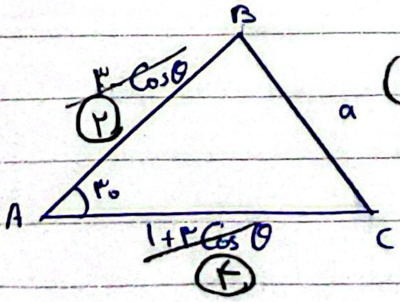
$(b-c)(b^۲+bc+c^۲-a^۲)=۰$

$\cancel{b^۲}+bc+\cancel{c^۲}-(\cancel{b^۲}+\cancel{c^۲}-۲bc\cos A)=۰$

$bc+۲bc\cos A=۰$

$bc(۱+۲\cos A)=۰ \longrightarrow \cos A=-\frac{۱}{۲}$ $A=۱۲۰^\circ$

۱۰- $S=۲$ $a^۲=?$



$S=\frac{۱}{۲}(۳-\cos\theta)(۱+۳\cos\theta)\,\sin\cancel{۳۰}\,\frac{۱}{۲}=۲$

$(۳-\cos\theta)(۱+۳\cos\theta)=۸$

$۳+۹\cos\theta-\cos\theta-۳\cos^۲\theta=۸$

$۳\cos^۲\theta-۸\cos\theta+۵=۰$

$\cos^۲\theta-۸\cos\theta+۱۵=۰$

$(\cos\theta-۳)(\cos\theta-۵)=۰$

$\cos\theta=۱$ $\quad\cos\theta=\frac{۵}{۳}$ غ ق ق

$a^۲=۴+۱۶-۲(۸)\cos\underset{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}{\cancel{۳۰}} \rightarrow a^۲=۲۰-۸\sqrt{۳}$

$a^۲=\sqrt{۴(۵-۲\sqrt{۳})} \nearrow$ $a=۲\sqrt{۵-۲\sqrt{۳}}$