هیبا تاجی - ۱۲ دختر A

①

$T = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{\pi}{۲}$ ۱۲٫۷۵

$-\frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۴} \Rightarrow \frac{-۲\pi - \pi}{۴} = \frac{-۳\pi}{۴} \xrightarrow{\times -\frac{۱}{۲}} \frac{۳\pi}{۸} = C$

$\frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۴} \Rightarrow \frac{۲\pi - \pi}{۴} = \frac{\pi}{۴} \xrightarrow{\times -\frac{۱}{۲}} -\frac{\pi}{۸} = A$

۱٫۵

$S_{ABC} = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۳\pi}{۸} - \left(-\frac{\pi}{۸}\right)\right) = \frac{\pi}{۴}$

②

$x^۲ - \sin\alpha\, x \underbrace{- \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴}\sin^۲\alpha}_{\cos^۲ = ۱-\sin^۲} = ۰ \xrightarrow{x=\frac{۲}{۳}} \frac{۴}{۹} - \frac{۲}{۳}\sin\alpha - \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۴}\sin^۲\alpha$

$\xrightarrow{\times ۳۶} ۱۶ - ۲۴\sin\alpha - ۹ + ۹\sin^۲\alpha = ۰$ $۹\sin^۲\alpha - ۲۴\sin\alpha + ۷ = ۰$

$(۳\sin\alpha - ۷)(۳\sin\alpha - ۱)$ → $\sin\alpha = \frac{۱}{۳}$ ✓ ، $\sin\alpha = \frac{۷}{۳}$ ✗

$۱+\tan^۲\alpha = \frac{۱}{\cos^۲\alpha}$ $\cos^۲\alpha = ۱ - \sin^۲ \to \cos^۲\alpha = ۱ - \frac{۱}{۹} \Rightarrow \frac{۸}{۹}$ $۱+\tan^۲\alpha = \frac{۹}{۸}$

۲ ✓

③

طبق قانون تفریق → $\log \frac{\sin\alpha}{-\cos\alpha} = \log ۳$ $-\tan\alpha = ۳$ $\tan\alpha = -۳$ $۱+\tan^۲ = \frac{۱}{\cos^۲}$

log ها $\sin\alpha \to \sin\alpha > ۰$ ← α در ناحیه دوم

$\frac{۱}{\cos^۲} = ۱+۹$ $\cos^۲ = \frac{۱}{۱۰}$ $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$ $\sin^۲\alpha = ۱ - \cos^۲\alpha$ $\sin^۲\alpha = ۱ - \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow \frac{۹}{۱۰}$

log $-\cos\alpha \to -\cos\alpha > ۰$ ✓ ۱٫۵

$\sin\alpha = \frac{۳\sqrt{۱۰}}{۱۰}$ $\cos\alpha < ۰$ $\sin\alpha - \cos\alpha \Rightarrow \frac{۳\sqrt{۱۰}}{۱۰} + \frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰} \Rightarrow \frac{۴\sqrt{۱۰}}{۱۰} = \frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$

④

$\sin^۲\alpha = ۱ - \cos^۲\alpha \longrightarrow \sin^۴\alpha = ۱ + \cos^۴\alpha - ۲\cos^۲\alpha \xrightarrow{\sin^۴\alpha + \cos^۲\alpha = \frac{۴}{۵}}$

$۱ + \cos^۴\alpha - ۲\cos^۲\alpha + \cos^۲\alpha = \frac{۴}{۵}$ $۱ + \cos^۴\alpha - \cos^۲\alpha = \frac{۴}{۵} \xrightarrow{۱ - \cos^۲\alpha = \sin^۲\alpha}$

$\sin^۲\alpha + \cos^۴\alpha = \frac{۴}{۵}$

۲ ✓

⑤

$\frac{\sin\alpha(۳+\cos\alpha)}{۲(\underbrace{۱-\cos^۲\alpha}_{\sin^۲\alpha})} = \frac{۳+\cos\alpha}{۲\sin\alpha} < ۰$ همواره + $\sin\alpha < ۰$

$\sin\alpha \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{۱}{\cos\alpha} > ۰$ $\frac{\sin^۲\alpha - ۱}{\cos\alpha} > ۰$ $\frac{-\cos^{\cancel{۲}}\alpha}{\cancel{\cos\alpha}} > ۰$ $\cos\alpha < ۰$

در ناحیه سوم است

۲ ✓

۰ ← ۴

⑦

$\sin 50 = \cos 40 \qquad \sqrt{\dfrac{1+\cos 40}{\sin 50 + \sin 10}} \xrightarrow{\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}} \dfrac{\sqrt{2\cos^2 20}}{\sin 50 + \sin 10}$

$\dfrac{\sqrt{2}\,|\cos 20|}{\sin 50 + \sin 10} \xrightarrow[\text{مثبت است } \cos 20]{\text{۲۰ درناحیه ۱ است پس}} \dfrac{\sqrt{2}\cos 20}{\sin 50 + \sin 10} \qquad \sin 50 + \sin 10 \to 2\underbrace{\sin\left(\frac{50+10}{2}\right)}_{\frac{1}{2}}\cos\left(\frac{50-10}{2}\right)$

$\to \dfrac{\sqrt{2}\,\cancel{\cos 20}}{\cancel{\cos 20}} = \sqrt{2}$

(۲) ✓

⑧

$\underbrace{(1-2\sin^2 5)}_{\cos 10}\underbrace{(2\cos^2 10 - 1)}_{\cos 20}\underbrace{\left(\dfrac{1-\tan^2 20}{1+\tan^2 20}\right)}_{\cos 40} \to \dfrac{\sin 10 \cos 10 \times \cos 20 \times \cos 40}{\sin 10}$

$\to \dfrac{\frac{1}{2}\sin 20 \cos 20 \cos 40}{\sin 10} \Rightarrow \dfrac{\frac{1}{4}\sin 40 \cos 40}{\sin 10} \Rightarrow \dfrac{\frac{1}{8}\overset{=\cos 10}{\sin 80}}{\sin 10}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{8}\overset{\cot}{\cancel{\tan}}\, 10 \qquad \dfrac{\cos x}{\sin x} = \cot x$ ✓

۱/۷۵

⑨

$a\sin x + b\cos x = \dfrac{a}{|a|}\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\alpha) \qquad \tan\alpha = \dfrac{b}{a}$

$\sin\alpha = 2 - 3\cos\alpha \xrightarrow{\text{توان ۲}}$

$\sin^2\alpha = 9\cos^2\alpha + 4 - 12\cos\alpha$

با $\sin\alpha + 3\cos\alpha = 2 \Rightarrow \cancel{2\sin(\alpha + \ )}$ ۰ $\qquad \tan\alpha = 3$

$1-\cos^2\alpha = 9\cos^2\alpha - 12\cos\alpha + 4$

$10\cos^2\alpha - 12\cos\alpha + 3 = 0$

$10\left(\dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}\right) - 12\cos\alpha + 3 = 0$

$5\cos 2\alpha - 12\cos\alpha = -8$

$2\sin\hat{B}\sin\hat{C} = 1 + \cos\hat{A} \qquad A+B+C=\pi$

$2\sin B \sin C = 1 + \cos(\pi - (B+C))$ ۰

$2\sin B\sin C = 1 - (\cos B\cos C - \sin B\sin C)$

$\cos B\cos C + \sin B\sin C = 1 \to \cos(B-C) = 1 \to B = C$ ۰ ← ۱

$B = C \to 180 - (72+72) = 36^\circ$