آیلا میرونیا

۱۹٫۷۵

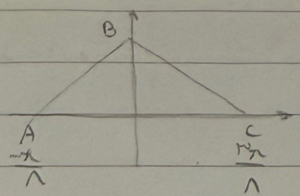
۱. $y=\tan(-2x+\frac{\pi}{4}) \to B = \tan(\frac{\pi}{4})=1 \to B=(0,1)$

$A=(\ ,\tan(-2x+\frac{\pi}{4}))$ تن

$\tan(-2x+\frac{\pi}{4})=\tan(\frac{\pi}{2}) \Rightarrow -2x=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4} \to x=-\frac{\pi}{8}$ (A)

$\tan(-2x+\frac{\pi}{4})=\tan(-\frac{\pi}{2}) \to -2x=-\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4} \to x=\frac{3\pi}{8}$ (C)

$C-A=\frac{\pi}{2}$



$\frac{1\times(\frac{3\pi}{8}-(-\frac{\pi}{8}))}{2}=\frac{\pi}{\cancel{8}\,4}$

۱٫۷۵

۲. $x^2-(\sin\alpha)x-\frac{1}{4}\cos^2\alpha=0 \xrightarrow{x=\frac{2}{3}} \frac{4}{9}-\frac{2}{3}\sin\alpha-\frac{1}{4}(1-\sin^2\alpha)=0$

$\xrightarrow{\times 36} 16-24\sin\alpha-9(1-\sin^2\alpha) = 9\sin^2\alpha-24\sin\alpha+7=0$

$\sin\alpha=\frac{24\pm\overbrace{\sqrt{576-252}}^{18}}{18} \to \frac{42}{18}$ غ ق ق

$\to \frac{6}{18}=\frac{1}{3} \to \cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{1}{9}}=\frac{\sqrt{8}}{3}$

۲

$1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}=\frac{9}{8}$

۳. $\log(\sin\alpha)-\log(-\cos\alpha)=\log 3 \to \log\frac{\sin\alpha}{-\cos\alpha}=\log 3 \to \sin\alpha=-3\cos\alpha$

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \to 9\cos^2\alpha+\cos^2\alpha=1 \to \cos^2\alpha=\frac{1}{10} \to \cos\alpha=\frac{-\sqrt{10}}{10}$ / $\sin\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}-(\frac{-\sqrt{10}}{10})=\frac{4\sqrt{10}}{10}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$

۲

Date No

آیلا فیروزنیا

۴. $\sin^۴\theta + \cos^۲\theta = \frac{۴}{۵} \to \sin^۴\theta + ۱ - \sin^۲\theta = \frac{۴}{۵} \to \sin^۲\theta(\sin^۲\theta - ۱) = \frac{-۱}{۵}$

$\sin^۲\theta \cos^۲\theta = \frac{۱}{۵}$ ۲ ✓

$\cos^۴\theta + \sin^۲\theta = \cos^۴\theta + ۱ - \cos^۲\theta = \cos^۲\theta(\cos^۲\theta - ۱) + ۱ = -\sin^۲\theta\cos^۲\theta + ۱$

$\to \frac{-۱}{۵} + ۱ = \frac{۴}{۵}$

۵. $\frac{۳\sin x + \sin x\cos x}{۲ - ۲\cos^۲ x} < ۰ \to \frac{\sin x(۳ + \cos x)}{۲\underbrace{(۱-\cos^۲ x)}_{\sin^۲ x}} = \frac{\overbrace{۳+\cos x}^{\text{همواره مثبت}}}{۲\sin x} < ۰$

$۲\sin x < ۰ \to \sin x < ۰$ ۲ ✓

$\sin x\tan x - \frac{۱}{\cos x} > ۰ \to \frac{۱}{\cos x}\underbrace{(\sin^۲ x - ۱)}_{-\cos^۲ x} > ۰ \to -\cos x > ۰ \to \cos x < ۰ \to$ ناحیه سوم

۶. $\frac{۲}{\sin x} + \frac{۳}{\cos x} = ۰ \to \frac{۲\cos x + ۳\sin x}{\sin x\cos x} = ۰ \to ۲\cos x + ۳\sin x = ۰$

$\cos x = \frac{-۳}{۲}\sin x \;/\; \sin^۲ x + \cos^۲ x = ۱ \to \sin^۲ x + \frac{۹}{۴}\sin^۲ x = ۱ \to \sin^۲ x = \frac{۴}{۱۳}$

$\to \sin x = \pm\frac{۲\sqrt{۱۳}}{۱۳} \quad \cos x = \frac{۳\sqrt{۱۳}}{۱۳}$ عکس علامت $\sin x\cos x < ۰$

۲ ✓

$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^۲ x + \cos^۲ x}{\sin x\cos x} = \frac{۱}{\frac{-۲\sqrt{۱۳}}{۱۳} \times \frac{۳\sqrt{۱۳}}{۱۳}} = \frac{-۱۳}{۶}$

۷. $۱ + \sin ۵۰ \to ۱ + ۲\sin ۲۵\cos ۲۵ = (\sin ۲۵ + \cos ۲۵)^۲ \to \sqrt{۱ + \sin ۵۰} = \sin ۲۵ \cos ۲۵$

$\sin\alpha + \cos\alpha = \sqrt{۲}\sin(\alpha + \frac{\pi}{۴}) \to \sin ۲۵ + \cos ۲۵ = \sqrt{۲}\sin ۷۰ = \sqrt{۲}\cos ۲۰$

$\sin ۵۰ + \sin ۱۰ = \sin(۲۰ + ۳۰) + \sin(۳۰ - ۲۰) = \cancel{\sin ۲۰\cos ۳۰} + \sin ۳۰\cos ۲۰ + \sin ۳۰\cos ۲۰ - \cancel{\cos ۳۰\sin ۲۰}$

$= ۲\sin ۳۰\cos ۲۰ = \cos ۲۰$

$\to \frac{\sqrt{۱ + \sin ۵۰}}{\sin ۵۰ + \sin ۱۰} = \frac{\sqrt{۲}\cos ۲۰}{\cos ۲۰} = \sqrt{۲}$ ۲ ✓

آیلا فرزدنیا

۸.

$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2} \rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha \rightarrow 1 - 2\sin^2 20 = \cos 40$

$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2} \rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \rightarrow 2\cos^2 10 - 1 = \cos 20$

۲

$\cos 2\alpha = \frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha} \rightarrow \frac{1-\tan^2 20}{1+\tan^2 20} = \cos 40$

$\frac{1}{2}\sin 20 \quad \frac{1}{4}\sin 40 \quad \frac{1}{8}\sin 80$

$\rightarrow (1-2\sin^2 20)(2\cos^2 10 - 1)\left(\frac{1-\tan^2 20}{1+\tan^2 20}\right) = \frac{\sin 10}{\sin 10} \times \cos 10 \times \cos 20 \times \cos 40 = \frac{1}{8}\frac{\sin 80}{\sin 10}$

$\rightarrow \frac{1}{8}\frac{\sin(\frac{\pi}{2} - 10)}{\sin 10} = \frac{1}{8}\frac{\cos 10}{\sin 10} = \frac{1}{8}\cot 10$

۹.

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \rightarrow 5\cos 2\alpha - 12\cos\alpha = 10\cos^2\alpha - 12\cos\alpha - 5 = ?$

$\sin\alpha + 3\cos\alpha = 2 \rightarrow \sin\alpha = 2 - 3\cos\alpha \rightarrow \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$(2-3\cos\alpha)^2 + \cos^2\alpha = 9\cos^2\alpha + 4 - 12\cos\alpha + \cos^2\alpha = 10\cos^2\alpha - 12\cos\alpha + 4 = 1$

$10\cos^2\alpha - 12\cos\alpha = -3$

$\rightarrow 10\cos^2\alpha - 12\cos\alpha - 5 = -3 - 5 = \underline{\underline{-8}}$

۲

۱۰.

$\cos^2\frac{A}{2} = \frac{1+\cos A}{2}$

$\cos A = \cos(\pi - (B+C)) = -\cos(B+C) \rightarrow 1 - \cos(B+C) = 2\sin B \sin C$

$1 - (\cos B\cos C - \sin B \sin C) = 2\sin B \sin C$

۲

$1 - \cos B\cos C + \sin B\sin C = 2\sin B\sin C$

$1 - (\cos B\cos C + \sin B\sin C) = 0 \rightarrow 1 - \cos(B-C) = 0 \rightarrow \cos(B-C) = 1 \rightarrow B - C = 0$

$\rightarrow B = C = 72$

$A = 180 - (B+C) = 180 - 144 = 36$