۱۸٫۵

مینا رضایی

(۲)

۱) الف) $\cos ۲x = ۳\sin x - ۱ \xrightarrow{\text{طلایی}} ۱ - ۲\sin^{۲} x = ۳\sin x - ۱ \rightarrow ۲\sin^{۲} x + ۳\sin x - ۴ = ۰$

$\xrightarrow{\text{[illegible]}} \sin^{۲} x + ۳\sin - ۴ = ۰$
- $\sin x = \frac{۱}{۲} \longrightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \text{ و } ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}$ ✓
- $\sin x = -۲$ غ ق ق

ب) $\cos ۲x + \cos x - ۲ = ۰ \xrightarrow{\text{طلایی}} ۲\cos^{۲} x + \cos x - ۳ = ۰$
- $\cos x = +۱ \rightarrow x = ۲k\pi$ ✓
- $\cos x = -\frac{۳}{۲}$ غ ق ق

۲)

۱٫۷۵

الف) $(\overset{۱}{\cancel{\sin^{۲} x + \cos^{۲} x}})(\sin^{۲} x - \cos^{۲} x) = \sin ۴x \longrightarrow -\cos ۲x = \sin ۴x$

$\rightarrow \sin(\frac{۳\pi}{۲} + ۲x) = \sin ۴x$
- $\rightarrow ۴x = ۲k\pi + \frac{۳\pi}{۲} + ۲x$
- $\rightarrow ۴x = ۲k\pi + \pi - \frac{۳\pi}{۲} - ۲x$

$x = k\pi + \frac{۳\pi}{۴}$ و $x = \frac{k\pi}{۳} - \frac{\pi}{۱۲}$

$۶x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲}$

$x = \frac{k\pi}{۳} - \frac{\pi}{۱۲}$

ب) $\underbrace{۲\cos^{۲} x}_{\text{طلایی}} + ۲\sin x \cos x = ۱ \longrightarrow \cancel{۱} + \cos ۲x + \sin ۲x = \cancel{۱}$

$\rightarrow \cos ۲x = -\sin ۲x \longrightarrow \cos ۲x = \cos(\frac{\pi}{۲} + ۲x)$
- $۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} + ۲x$ ✗
- $۲x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} - ۲x$

$\rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} - \frac{\pi}{۸}$ ✓

Date: / / Sat. Sun. Mon. Tue. Thu. Wed. Fri. Subject:

(۳

به خاطر شرط دامنه رد می‌شود — (۱-)

الف) $\frac{\cos x}{\sin x}(۲\cos x+1)=\frac{1}{\sin x}\xrightarrow{\sin x\neq 0}۲\cos^۲ x+\cos x-1=0 \longrightarrow \cos x=(-1)$

$\longrightarrow \cos x=\frac{1}{۲}$ ✓

$\longrightarrow x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}$ ✓ (۲)

ب) $\underbrace{۲\sin^۲ x-۲}_{-۲\cos^۲ x}+\cos^۲ x-\sin x\cos x=0\longrightarrow -\cos^۲ x-\sin x\cos x=0$

$\longrightarrow -\cos x(\cos x+\sin x)=0$

$\cos x=0\longrightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۲}$ ✓

$\cos x=-\sin x\longrightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{۴}$ ✓

(۴

الف) $\cos\left(\frac{\pi}{۴}+x\right)\times\cos\left(\frac{\pi}{۴}-x\right)=\frac{1}{۴}\xrightarrow{\text{جمع زوایا } \frac{\pi}{۲}}$

متمم ب؟ (۱)

$\longrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{۴}+x\right)\times\sin\left(\frac{\pi}{۴}+x\right)=\frac{1}{۴}\longrightarrow \frac{1}{۲}\sin\left(\frac{\pi}{۲}+۲x\right)=\frac{1}{۴}$

$\longrightarrow \cos ۲x=\frac{1}{۲}\longrightarrow ۲x\longrightarrow ۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\longrightarrow x=k\pi\pm\frac{\pi}{۶}$ ✓

(۵

$\frac{\sin ۴x+\sin ۲x}{\sin ۲x}=1$ . $\quad \sin ۲x\neq 0$

$\sin ۴x+\sin ۲x=\sin ۲x\longrightarrow \sin ۴x=0$

$\sin ۴x=۲\sin ۲x\cos ۲x\xrightarrow{\sin ۲x\neq 0}\cos ۲x=0$ (۲)

$\longrightarrow ۲x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\longrightarrow x=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}$ ✓

(۶

$\frac{\sin\frac{x}{۲}}{1+\cos\frac{x}{۲}}=\frac{\cos\frac{x}{۲}+1}{\sin\frac{x}{۲}}\xrightarrow[\sin\frac{x}{۲}\neq 0,\ \cos\frac{x}{۲}\neq -1]{\tan\theta=\frac{\sin ۲\theta}{1+\cos ۲\theta}}\tan\frac{x}{۴}=\cot\frac{x}{۴}$ (۲)

$\longrightarrow \frac{x}{۴}=\frac{k\pi}{۲}+\frac{\pi}{۴}\longrightarrow x=۲k\pi+\pi\longrightarrow x=-\pi,\pi$

$-\pi\leq x<\frac{۳\pi}{۲}$ $\quad \overbrace{\pi-(-\pi)=۲\pi}$ ✓

۷)

$\cos^{۲} x - \sin^{۲} x \cos ۳x = ۱ \longrightarrow \underbrace{\cos^{۲} x - ۱}_{-\sin^{۲} x} - \sin^{۲} x \cos ۳x = ۰$

$\sin^{۲} x + \sin^{۲} x \cos ۳x = ۰ \longrightarrow \sin^{۲} x (۱ + \cos ۳x) = ۰$ ۲

$\sin^{۲} x = ۰ \longrightarrow \sin x = ۰$

$۱ + \cos ۳x = ۰ \longrightarrow \cos ۳x = -۱ \longrightarrow ۳x = ۲k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۳}$

جواب‌ها : $۰ , \frac{\pi}{۳} , \pi , \frac{۵\pi}{۳} , ۲\pi \longrightarrow$ ۵ جواب ✓

۸)

$\tan(\frac{\pi}{۴} - x) = \frac{\tan\frac{\pi}{۴} - \tan x}{۱ + \tan\frac{\pi}{۴} \tan x} = \frac{۱ - \tan x}{۱ + \tan x}$ ۱,۷۵

$\longrightarrow \tan(\frac{\pi}{۴} - x) = \tan ۳x \longrightarrow ۳x = k\pi + \frac{\pi}{۴} - x$

$۴x = k\pi + \frac{\pi}{۴} \rightarrow x = \frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۱۶}$ $\quad \underline{x = \frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۱۶}}$

۹)

$\sqrt{\underset{\sin^{۲} x + \cos^{۲} x}{۱} + ۲\sin x \cos x} = \sqrt{(\sin x + \cos x)^{۲}} = |\sin x + \cos x| = \sqrt{۲} \cos ۲x$

$|\sin x + \cos x| = \sqrt{۲} (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) \xrightarrow{\sin x + \cos x \neq ۰}$

۲

$\sqrt{۲} \underbrace{|\cos x - \sin x|}_{|\sin x - \cos x|} = ۱ \longrightarrow \sqrt{۲} \, |\sqrt{۲} \sin(x - \frac{\pi}{۴})| = ۱$ | sin

$\longrightarrow ۲ |\sin(x - \frac{\pi}{۴})| = ۱ \longrightarrow |\sin(x - \frac{\pi}{۴})| = \frac{۱}{۲} \begin{cases} \sin(x - \frac{\pi}{۴}) = \frac{۱}{۲} \\ \sin(x - \frac{\pi}{۴}) = -\frac{۱}{۲} \end{cases}$

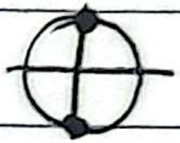
$x - \frac{\pi}{۴} = k\pi \pm \frac{\pi}{۶} \longrightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{۶} + \frac{\pi}{۴} \xrightarrow{[۰ , \pi]}$ ۲ جواب

✓ ⊕

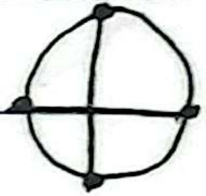
۱۰)

$$\overset{\sin^2x+\cos^2}{\uparrow}$$

الف) $(\sin^2x+\cos^2x)(\sin^2x-\cos^2x)=1 \longrightarrow \sin^2x-\cos^2x=\sin^2x+\cos^2x$



$\longrightarrow 2\cos^2x=0 \longrightarrow \cos x=0 \longrightarrow x=\frac{\pi}{2}$ و $\frac{3\pi}{2}$



ب) $\sin^3x-\cos^3x=-1 \longrightarrow$ نقاط اصلی را چک می‌کنیم،

$x=0$ ✓ $x=\frac{\pi}{2}$ ✗ $x=\pi$ ✗ $x=\frac{3\pi}{2}$ ✓ $x=2\pi$ ✓

جواب‌ها $\longrightarrow$ $0$ و $\frac{3\pi}{2}$ و $2\pi$

سوال ۴ قسمت ب

$$\cos(۲x - \frac{\pi}{۹}) = -\sin ۲x$$

$$\cos(۲x - \frac{\pi}{۹}) = \cos(\frac{\pi}{۲} + ۲x)$$

$$۲x - \frac{\pi}{۹} = ۲k\pi \boxed{\pm} (\frac{\pi}{۲} + ۲x)$$

حالت $\boxed{+}$ : $۲k\pi + \frac{\pi}{۹} + \frac{\pi}{۲} = ۰$ ✗

حالت $\boxed{-}$ : $۲x - \frac{\pi}{۹} = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} - ۲x$

$$۴x = ۲k\pi - \frac{۷\pi}{۱۸} \rightarrow \boxed{x = \frac{k\pi}{۲} - \frac{۷\pi}{۷۲}}$$