پاسخ نامه را با دقت مطالعه کن! ۸/۵

تکلیف شماره ⑯ پرنیان شمشیری - دوازدهم دفتر(A)

سوال ۱)

الف) $\cos ۲\alpha = ۳\sin\alpha - ۱ \longrightarrow ۱ - ۲\sin^۲\alpha = ۳\sin\alpha - ۱ \rightarrow ۲\sin^۲\alpha + ۳\sin\alpha - ۲ = ۰$

$\rightarrow \sin\alpha = \frac{-۳ \pm \sqrt{۹-(۴)(۲)(-۲)}}{۴}$ ↗ $\frac{-۳+۵}{۴}$ $\left(\frac{۱}{۲}\right)$ ق ق ↘ $\frac{-۳-۵}{۴} = -۲$ غ ق ق $\rightarrow \sin\alpha = \frac{۱}{۲} \rightarrow \boxed{\alpha = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \text{ و } ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}}$ ✓ ②

ب) $\cos ۲\alpha + \cos\alpha - ۲ = ۰ \longrightarrow ۲\cos^۲\alpha - ۱ + \cos\alpha - ۲ = ۰ \longrightarrow ۲\cos^۲\alpha + \cos\alpha - ۳ = ۰$

$\rightarrow \cos\alpha = \frac{-۱ \pm \sqrt{۱-(۴)(۲)(-۳)}}{۴} =$ ↗ $\frac{-۱+۵}{۴} = \frac{۴}{۴} = ۱$ ق ق ↘ $\frac{-۱-۵}{۴} = \frac{-۶}{۴} = -۱/۵$ غ ق ق $\rightarrow \cos\alpha = ۱ \rightarrow \boxed{\alpha = ۲k\pi}$ ✓

سوال ۲)

الف) $\sin^۴ x - \cos^۴ x = \sin ۴x \longrightarrow (\underset{۱}{\cancel{\sin^۲ x + \cos^۲ x}})(\sin^۲ x - \cos^۲ x) = ۲\sin ۲x \cos ۲x$

$\rightarrow -\cos ۲x = ۲\sin ۲x\cos ۲x \rightarrow ۲\sin ۲x\cos ۲x + \cos ۲x = ۰ \rightarrow \cos ۲x(۲\sin ۲x + ۱) = ۰$ ②

$\rightarrow \cos ۲x = ۰ \rightarrow ۲x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \rightarrow \boxed{x = \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴}}$ یا $\sin ۲x = \frac{-۱}{۲} \rightarrow ۲x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۶}$ یا $۲k\pi - \frac{۵\pi}{۶}$

$\rightarrow \boxed{x = k\pi - \frac{\pi}{۱۲} \text{ یا } k\pi - \frac{۵\pi}{۱۲}}$ ✓

ب) $۲\cos^۲ x + ۲\sin x\cos x = ۱ \rightarrow ۲\cos^۲ x - ۱ + ۲\sin x\cos x = ۰ \rightarrow \cos ۲x + \sin ۲x = ۰$

$\longrightarrow \cos ۲x = -\sin ۲x \xrightarrow{\div \cos ۲x} \tan ۲x = -۱ \longrightarrow ۲x = k\pi - \frac{\pi}{۴} \rightarrow \boxed{x = \frac{k\pi}{۲} - \frac{\pi}{۸}}$ ✓

سوال ۳)

الف) $\cot x(۲\cos x + ۱) = \frac{۱}{\sin x} \rightarrow \frac{\cos x(۲\cos x + ۱)}{\sin x} = \frac{۱}{\sin x}$

$\rightarrow \frac{\cos x(۲\cos x + ۱) - ۱}{\sin x} = ۰ \longrightarrow \frac{۲\cos^۲ x + \cos x - ۱}{\sin x} = ۰ \longrightarrow ۲\cos^۲ x + \cos x - ۱ = ۰$ (۱,۷۵)

$\rightarrow \cos x = \frac{-۱ \pm \sqrt{۱-(۴)(۲)(-۱)}}{۴} = \frac{-۱ \pm ۳}{۴}$ ↗ $\cos x = \frac{-۱-۳}{۴} = (-۱) \longrightarrow \boxed{x = ۲k\pi + \pi}$ X ↘ $\cos x = \frac{-۱+۳}{۴} = \left(\frac{۲}{۴}\right) \rightarrow \boxed{x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}}$ ✓

ب) $۲\sin^۲ x - \sin x\cos x + \cos^۲ x = ۲ \longrightarrow \sin^۲ x + \underset{۱}{\cancel{\sin^۲ x + \cos^۲ x}} - \sin x\cos x - ۲ = ۰$

$\rightarrow \sin^۲ x - \sin x\cos x - ۱ = ۰ \Rightarrow -\cos^۲ x - \sin x\cos x = ۰ \longrightarrow -\cos x(\cos x + \sin x) = ۰$

$\rightarrow \cos x = ۰ \rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۲}$

$\rightarrow \cos x + \sin x = ۰ \rightarrow \cos x = -\sin x \xrightarrow{\div \cos x} \tan x = -۱ \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{۴}$ ✓

اگر cosx =-۱ باشد . sinx=۰ است و عبارت تعریف نشده میشود (قسمت الف)

پس جواب غیر قابل قبول محسوب میشود

s.a.m

سوال ۴)

۱٫۲۵

الف) $\cos(\frac{\pi}{۴}+x)\cos(x-\frac{\pi}{۴})=\frac{1}{۴}$

$\rightarrow \cos(\frac{\pi}{۴}+x)\cos(x-\frac{\pi}{۴})=\frac{1}{۲}[\overset{\cos ۲x}{\cos(\cancel{\frac{\pi}{۴}}+x+x-\cancel{\frac{\pi}{۴}})}+\overset{0}{\cos(\frac{\pi}{۴}+\cancel{x-x}+\frac{\pi}{۴})}]=\frac{1}{۴}$

$\cos\alpha=\frac{1}{۲}\longrightarrow \alpha=۲k\pi+\frac{\pi}{۳}$ ☺

$\rightarrow \cos ۲x=\frac{1}{۲}\rightarrow ۲x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\rightarrow \boxed{x=k\pi\pm\frac{\pi}{\cancel{۲}}}\,۶$

ب) $\cos(۲x-\frac{\pi}{۹})=\cos ۲x\cos\frac{\pi}{۹}+\sin ۲x\sin\frac{\pi}{۹}=-\sin ۲x\rightarrow \cos ۲x\cos\frac{\pi}{۹}=-\sin ۲x-\sin ۲x\sin\frac{\pi}{۹}$

$\rightarrow \cos ۲x\cos\frac{\pi}{۹}=-\sin ۲x(1+\sin\frac{\pi}{۹})\rightarrow \tan ۲x=\frac{-\cos\frac{\pi}{۹}}{1+\sin\frac{\pi}{۹}}\times\frac{1-\sin\frac{\pi}{۹}}{1-\sin\frac{\pi}{۹}}=\frac{-\cancel{\cos\frac{\pi}{۹}}(1-\sin\frac{\pi}{۹})}{\cancel{\cos^۲\frac{\pi}{۹}}}$

$1-\sin^۲=\cos^۲$ ✗ $\cos\frac{\pi}{۹}$

$\rightarrow \frac{\sin\frac{\pi}{۹}-1}{\cos\frac{\pi}{۹}}=\tan ۲x\longrightarrow \tan\frac{\pi}{۱۸}=\tan ۲x\rightarrow ۲x=k\pi\pm\frac{\pi}{۱۸}\rightarrow \boxed{x=\frac{k\pi}{۲}\pm\frac{\pi}{۳۶}}$

سوال ۵

۱٫۵

$\frac{\sin ۴x+\sin ۲x}{\sin ۲x}-\sin^۲x=\cos^۲x\rightarrow \frac{\sin ۴x+\sin ۲x}{\sin ۲x}=1\rightarrow \sin ۴x+\sin ۲x=\sin ۲x$

$\rightarrow \sin ۴x=0\rightarrow ۴x=k\pi\rightarrow \boxed{x=\frac{k\pi}{۴}}$

سوال ۵

$\frac{۲\sin ۲x\cos ۲x+\sin ۲x}{\sin ۲x}=\overset{1}{\cancel{\sin^۲x+\cos^۲x}}$

$\frac{\cancel{\sin ۲x}(۲\cos ۲x+1)}{\cancel{\sin ۲x}}=1\xrightarrow{\sin ۲x\neq 0}۲\cos ۲x+1=1\rightarrow \cos ۲x=0$

$۲x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\rightarrow \boxed{x=k\pi+\frac{\pi}{۴}}$

s.a.m

سوال۴ قسمت الف)

$\cos(-x) = \cos x$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\cos\left(\overset{*}{x}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{4} = \cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\overset{*}{\cos}\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\frac{1}{4}$$

$$\text{if } \alpha+\beta=\frac{\pi}{2} \rightarrow \cos\alpha=\sin\beta \rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)=\frac{1}{4} \rightarrow \cos 2x=\frac{1}{2} \rightarrow 2x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$$

$$\boxed{x=k\pi\pm\frac{\pi}{6}}$$

سوال۴ قسمت ب

$$\cos\left(2x-\frac{\pi}{9}\right)=-\sin 2x$$

$$\cos\left(2x-\frac{\pi}{9}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)$$

$$2x-\frac{\pi}{9}=2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2}+2x\right)$$

حالت $+$ $\rightarrow$ $2k\pi+\frac{\pi}{9}+\frac{\pi}{2}=0$ ✗

حالت $-$ $\rightarrow$ $2x-\frac{\pi}{9}=2k\pi-\frac{\pi}{2}-2x$

$$4x=2k\pi-\frac{7\pi}{18} \rightarrow \boxed{x=\frac{k\pi}{2}-\frac{7\pi}{72}}$$

سوال ۶

$$\frac{\sin\frac{x}{2}}{1+\cos\frac{x}{2}}=\tan\frac{x}{4}$$

$$\frac{1}{\sin\frac{x}{2}}+\cot\frac{x}{2}=\frac{1+\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}=\frac{1}{\tan\frac{x}{4}}=\cot\frac{x}{4}$$

$$\tan\frac{x}{4}=\cot\frac{x}{4} \rightarrow \tan\frac{x}{4}=\tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{4}\right)$$

$$\frac{x}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}-\frac{x}{4} \rightarrow \frac{x}{2}=k\pi+\frac{\pi}{2} \rightarrow x=2k\pi+\pi$$

جواب‌ها

$k=0 \rightarrow x=\pi$

$k=-1 \rightarrow x=-\pi$ $\rightarrow$ اختلاف $= |\pi-(-\pi)| = 2\pi$

سوال ۷

$$\cos^2 x - \sin^2 x \cos 3x = 1 \xrightarrow{\cos^2 x = 1-\sin^2 x}$$

$$\cancel{1} - \sin^2 x - \sin^2 x \cos 3x = \cancel{1} \rightarrow \sin^2 x(1+\cos 3x) = 0 \quad \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos 3x = -1 \end{cases}$$

$$\sin x = 0 \rightarrow x = k\pi \rightarrow x = \overset{③}{0},\ \overset{②}{\pi},\ \overset{①}{2\pi}$$

$$\cos 3x = -1 \rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \rightarrow x = \frac{2k\pi + \pi}{3} \rightarrow x = \overset{⑤}{\frac{\pi}{3}},\ \pi,\ \overset{④}{\frac{5\pi}{3}}$$

معادله ۵ جواب دارد

سوال ۸

$$\tan\frac{\pi}{4} = 1 \rightarrow \frac{1-\tan x}{1+\tan x} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \tan 3x \rightarrow \frac{\pi}{4} - x = k\pi + 3x$$

$$-4x = k\pi - \frac{\pi}{4} \xrightarrow{-k\pi = k\pi} 4x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\boxed{x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{16}}$$

سوال ۹

$$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+\sin 2x = 2\cos^2 2x$$

$$1+\sin 2x = 2 - 2\sin^2 2x \rightarrow 2\sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0 \quad \begin{cases} \sin 2x = -1 \\ \sin 2x = +\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\sin 2x = -1 \rightarrow 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow[k=1]{0 \le x \le \pi} x = \frac{3\pi}{4} \checkmark$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \ \text{یا}\ 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow[k=0]{0 \le x \le \pi} x = \overset{\checkmark}{\frac{\pi}{12}} \ \text{یا}\ \overset{\times}{\frac{5\pi}{12}}$$

چون عبارت به توان ۲ رسیده است جواب زائد تولید می‌کند

به ازای $x = \frac{5\pi}{12}$ $\cos 2x$ منفی می‌شود، چون جواب رادیکال است غ ق ق است

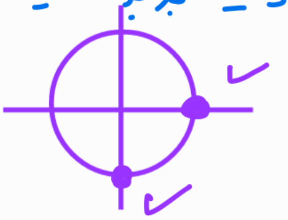
* معادله ۲ جواب دارد

سوال ۱۰

در سوالات به فرم $\pm\sin^n x \pm \cos^n x$ برابر 1 یا -1 فقط کافی است نقاط اصلی را
چک کنی !

ب ۱

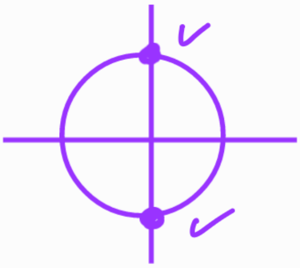
$\sin^3 x - \cos^3 x = 1$



$x = 2\pi$ یا 0

$x = \frac{3\pi}{2}$

الف ۱



$\sin^4 x - \cos^4 x = 1$

$x = \frac{\pi}{2}$

$x = \frac{3\pi}{2}$