۱۷٫۵

Subject :
Year . Month . Date . ( )

به نام خدا   نیایش زندی   تکلیف شماره ۱۶   دوازدهم دهتر A

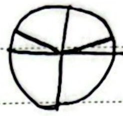
①

الف) $\cos ۲x = ۳\sin x - ۱$ $\cos ۲x = \cos^۲ x - \sin^۲ x = ۱ - \sin^۲ x - \sin^۲ x = ۱ - ۲\sin^۲ x$

$۱ - ۲\sin^۲ x = ۳\sin x - ۱$ $۲\sin^۲ x + ۳\sin x - ۲ = ۰$ $\frac{-b \pm \sqrt{b^۲ - ۴ac}}{۲a} = \frac{-۳ \pm \sqrt{۹ - ۴(-۴)}}{۴}$ (۲)

$= \frac{-۳ \pm ۵}{۴}$ $\nearrow$ $\sin x = -۲$ غ ق   همواره $-۱ \le \sin x \le ۱$

$\searrow$ $\sin x = \frac{۱}{۲}$ ✓



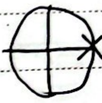
$\sin x = \frac{۱}{۲}$ ↷ $۲k\pi + \frac{\pi}{۶}$ و $۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶}$

$\boxed{x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \text{ و } ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}}$ ✓

ب) $\cos ۲x + \cos x - ۲ = ۰$ $\cos^۲ x - \sin^۲ x + \cos x - ۲ = ۰$ $۲\cos^۲ x - ۱ + \cos x - ۲ = ۰$

$۲\cos^۲ x + \cos x - ۳ = ۰$ جمع ضرایب صفر $\nearrow$ $\cos x = ۱$ ✓ $-۱ \le \cos x \le ۱$

$\searrow$ $\cos x = \frac{c}{a} = -\frac{۳}{۲}$ غ ق

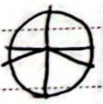


$\boxed{x = ۲k\pi}$ ✓

②

الف) $(\sin^۲ x - \cos^۲ x)(\underbrace{\sin^۲ x + \cos^۲ x}_{۱}) = ۲\sin ۲x \cos ۲x \longrightarrow \sin^۲ x - \cos^۲ x = ۲\sin ۲x \cos ۲x$

$\sin^۲ x - \cos^۲ x = ۲ \times (\sin ۲x) \times (\cos^۲ x - \sin^۲ x)$ $-۱ = ۲ \times \sin ۲x$ $\sin ۲x = -\frac{۱}{۲}$ (۲)



$۲x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۶} , ۲k\pi + \frac{۷\pi}{۶} \longrightarrow \boxed{x = k\pi - \frac{\pi}{۱۲} , k\pi + \frac{۷\pi}{۱۲}}$ ✓

ب) $۲\cos^۲ x - ۱ = -۲\sin x \cos x \longrightarrow \cos ۲x = -\sin ۲x \longrightarrow \cos ۲x = \sin(-۲x)$

$\cos ۲x = \cos(\frac{\pi}{۲} - ۲x)$ $۲x$ $\nearrow$ $۲k\pi + (\frac{\pi}{۲} - ۲x) = \frac{۴k+۱}{۲}\pi - ۲x$

$\searrow$ $۲k\pi - (\frac{\pi}{۲} - ۲x) = \frac{۴k-۱}{۲}\pi + ۲x$

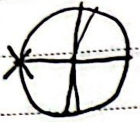
$\longrightarrow ۲x = \frac{۴k+۱}{۲}\pi - ۲x$ $۴x = \frac{۴k+۱}{۲}\pi$ $\boxed{x = \frac{۴k+۱}{۸}\pi}$ ✓

$\longrightarrow ۲x = \frac{۴k-۱}{۲}\pi + ۲x$ غ ق

۱,۷۵ ③

الف) $\frac{\cos x(2\cos x+1)}{\cancel{\sin x}} = \frac{1}{\cancel{\sin x}}$ $2\cos^2 x+\cos x-1=0$ ↗ $\cos x=-1$ ✓ ↘ $\cos x=-\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$ ✓

اگر $\cos x=-1$ باشد $\sin x=0$ است و عبارت تعریف نشده میشود
پس جواب غیر قابل قبول محسوب میشود



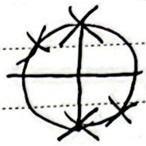
$\cos x=-1 \longrightarrow x=2k\pi+\pi$

$\cos x=\frac{1}{2} \longrightarrow x=2k\pi\pm\frac{\pi}{3}$ ✓

$2+2\cot^2 x$

ب) $2\sin^2 x+\cos^2 x-\sin x\cos x=2 \xrightarrow{\div\sin^2 x} 2+\cot^2 x-\cot x=\overbrace{2(1+\cot^2 x)}$

$\cot^2 x+\cot x=0$ $\cot x(\cot x+1)=0$ ↗ $\cot x=0$ ↘ $\cot x=-1$



$\cot x=0 \longrightarrow x=2k\pi\pm\frac{\pi}{2}$

$\cot x=-1 \longrightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{4}$ ✓

④

۲

الف) $\underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}\times\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{4}$

$\cos\left(x+\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

$2x=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi \longrightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi$ ✓

ب) $\cos\left(2x-\frac{\pi}{9}\right)=-\sin 2x \longrightarrow \cos\left(2x-\frac{\pi}{9}\right)=\cos\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$

① → $2x-\frac{\pi}{9}=2x+\frac{\pi}{2}+2k\pi \longrightarrow$ جواب ندارد

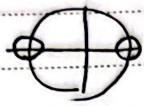
② → $2x-\frac{\pi}{9}=-2x-\frac{\pi}{2}+2k\pi \longrightarrow 4x=2k\pi-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{9}$

$4x=2k\pi-\frac{7\pi}{18}$ $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{7\pi}{72}$ ✓

⑤

$\frac{\sin 4x+\sin 2x}{\sin 2x} = \cos^2 x+\sin^2 x = 1$ $\qquad \sin 2x = \sin 2x + \sin 4x$

$\longrightarrow \sin 4x = 0$



$4x = k\pi \longrightarrow x = \frac{k\pi}{4}$

۲

$\boxed{\{x \mid x=\frac{k\pi}{4}, k\in Z\}}$ ✓

---

⑥

$\frac{\sin\frac{x}{2}}{1+\cos\frac{x}{2}} \times \frac{1-\cos\frac{x}{2}}{1-\cos\frac{x}{2}} = \frac{\sin\frac{x}{2}(1-\cos\frac{x}{2})}{1-\cos^2\frac{x}{2}} = \frac{\cancel{\sin\frac{x}{2}}(1-\cos\frac{x}{2})}{\sin^2\frac{x}{2}}$

۱/۵

$\frac{1-\cos\frac{x}{2}}{\cancel{\sin\frac{x}{2}}} = \frac{1+\cos\frac{x}{2}}{\cancel{\sin\frac{x}{2}}} \longrightarrow 1-\cos\frac{x}{2} = 1+\cos\frac{x}{2}$ $\qquad 2\cos\frac{x}{2} = 0$

$\cos\frac{x}{2} = 0$

$\frac{x}{2} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$ $\qquad x = k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ $\qquad [-\pi, \frac{3\pi}{2}]$

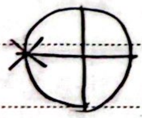
جها $\rightarrow -\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \longrightarrow \frac{\pi}{2}$ قدرمطلق تفاضل جواب ها ؟

---

⑦ ۱/۵

$\cos^2 x - \sin^2 x \cos 3x = \cos^2 x + \sin^2 x$ $\qquad \cancel{\sin^2 x} = -\cancel{\sin^2 x}\cos 3x$

$\cos 3x = -1$



$3x = 2k\pi + \pi$ $\qquad x = \frac{2k}{3}\pi + \frac{\pi}{3}$ $\qquad [0, 2\pi]$

$\longrightarrow \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3} \longrightarrow$ ۳عدد

$\cos^2 x - \sin^2 x \cos 3x = 1 \xrightarrow{\cos^2 x = 1-\sin^2 x}$

$\cancel{1} - \sin^2 x - \sin^2 x \cos 3x = \cancel{1} \longrightarrow \sin^2 x(1+\cos 3x) = 0$ $\rightarrow \sin x = 0$; $\rightarrow \cos 3x = -1$

$\sin x = 0 \longrightarrow x = k\pi \longrightarrow x = \overset{③}{0}, \overset{②}{\pi}, \overset{①}{2\pi}$

$\cos 3x = -1 \longrightarrow 3x = 2k\pi + \pi \longrightarrow x = \frac{2k\pi+\pi}{3} \longrightarrow x = \overset{⑤}{\frac{\pi}{3}}, \pi, \overset{④}{\frac{5\pi}{3}}$

معادله ۵ جواب دارد

۸

$\frac{۱-\tan x}{۱+\tan x} = \tan(\frac{\pi}{۴} - x)$ $\tan(\frac{\pi}{۴} - x) = \tan ۳x$

۲

$\frac{\pi}{۴} - x = ۳x + k\pi$ $\frac{\pi}{۴} = ۴x + k\pi$ $\boxed{x = \frac{\pi}{۱۶} - \frac{k\pi}{۴}}$ ✓

---

۹ ۰/۷۵

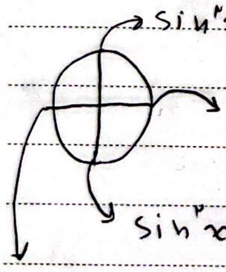
$\sqrt{\sin^۲ x + \cos^۲ x + ۲\sin x \cos x} = \sqrt{۲} \cos ۲x$

$|\sin x + \cos x| = \sqrt{۲} \cos ۲x$ $\sin x = \frac{۱}{\sqrt{۳}}$ $x = \arcsin(\frac{۱}{\sqrt{۳}})$

۱۰

الف) $(\sin^۲ x - \cos^۲ x)\underbrace{(\sin^۲ x + \cos^۳ x)} = ۱$ $\sin^۳ x - \cos^۳ x = ۱$

نقاط مرزی را چک می کنیم



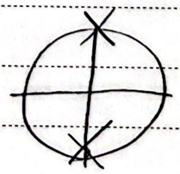
$\sin^۲ x - \cos^۲ x = ۱ - ۰ = ۱$ ✓ ۱

$\sin^۳ x - \cos^۳ x = ۰ - ۱ = -۱$ ✗

$\sin^۲ x - \cos^۲ x = ۱ - ۰ = ۱$ ✓

$\sin^۳ x - \cos^۳ x = ۰ - ۱ = -۱$ ✗

$\rightarrow$

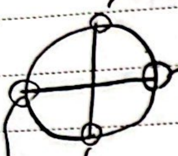


۲

$\longrightarrow ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۲}$ $\rightarrow$ حالا در بازه $[۰, ۲\pi]$ $\rightarrow \frac{\pi}{۲}$ و $\frac{۳\pi}{۲}$ جواب ✓

ب) $\sin^3 x-\cos^3 x=-1 \longrightarrow$ چون به فرم $\pm\sin^k x\pm\cos^k x=\pm1$

پس نقاط مرزی را چک می کنیم

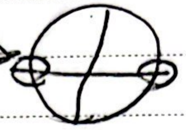


$\sin^3 x-\cos^3 x=1-0=1$ ✗

$\sin^3 x-\cos^3 x=0-1=-1$ ✓

$\sin^3 x-\cos^3 x=1-0=1$ ✗

$\sin^3 x-\cos^3 x=0-1=-$ ✓



$x=K\pi$

حالا در بازه $[0,2\pi]$ اینها را می خواهد

سوال ۹

$$\sqrt{1+\sin 2x}=\sqrt{2}\cos 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+\sin 2x=2\cos^2 2x$$

$$1+\sin 2x=2-2\sin^2 2x \rightarrow 2\sin^2 2x+\sin 2x-1=0$$

$\sin 2x=-1$

$\sin 2x=+\frac{1}{2}$

$$\sin 2x=-1 \rightarrow 2x=2K\pi-\frac{\pi}{2} \xrightarrow[K=1]{0\leq x\leq\pi} x=\frac{3\pi}{4}\ \checkmark$$

$$\sin 2x=\frac{1}{2} \rightarrow 2x=2K\pi+\frac{\pi}{6} \text{ یا } 2K\pi+\frac{5\pi}{6} \xrightarrow[K=0]{0\leq x\leq\pi} x=\frac{\pi}{12}\ \checkmark \text{ یا } \frac{5\pi}{12}\ \times$$

چون عبارت به توان ۲ رسیده است جواب زائد تولید می کند ✓

به ازای $x=\frac{5\pi}{12}$ $\cos 2x$ منفی می شود، چون جواب رادیکال است ≥ 0 است

* معادله ۲ جواب دارد

سوال ۶

$$\frac{\sin\frac{x}{2}}{1+\cos\frac{x}{2}}=\tan\frac{x}{4}$$

$$\frac{1}{\sin\frac{x}{2}}+\cot\frac{x}{2}=\frac{1+\cos\frac{x}{2}}{\sin\frac{x}{2}}=\frac{1}{\tan\frac{x}{4}}=\cot\frac{x}{4}$$

$$\tan\frac{x}{4}=\cot\frac{x}{4} \rightarrow \tan\frac{x}{4}=\tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{4}\right)$$

$$\frac{x}{4}=K\pi+\frac{\pi}{2}-\frac{x}{4} \rightarrow \frac{x}{2}=K\pi+\frac{\pi}{2} \longrightarrow x=2K\pi+\pi$$

جواب ها $K=0 \rightarrow x=\pi$

$K=-1 \rightarrow x=-\pi$

$\longrightarrow$ اختلاف $=|\pi-(-\pi)|=2\pi$