۲۲ دوشنبه اردیبهشت ۱۴۰۴ 12 May. 2025 ۱۴ ذی‌القعده ۱۴۴۶

۱۸٫۷۵

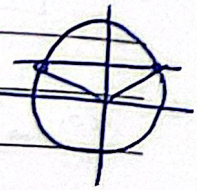
۱- الف)

$\cos 2x = 2\sin x - 1$

$1 - 2\sin^2 x = 2\sin x - 1 \rightarrow 2\sin^2 x + 2\sin x - 2 = 0 \rightarrow \sin x = 1, -2$

$\sin x = -2$ ✗

$\sin x = \frac{1}{2}$ ✓ $\rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$



۲

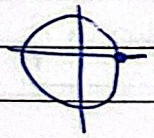
ب)

$\cos 2x + \cos x + 1 = 0$

$2\cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x + \cos x = 0$

$\cos x \rightarrow \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}\alpha \rightarrow x = 2k\pi$

$\cos x = 1$ ✓



۲۳ سه‌شنبه اردیبهشت ۱۴۰۴ 13 May. 2025 ۱۵ ذی‌القعده ۱۴۴۶

۲- الف)

$\sin 4x = \cos 2x \cdot \sin 2x$

$\sin 2x$ ✓ $\quad \cos 2x$ ✓ $\quad 2\sin 2x \cos 2x$

$2\sin 2x \cos 2x + \cos 2x = 0 \rightarrow \cos 2x (1 + 2\sin 2x) = 0$

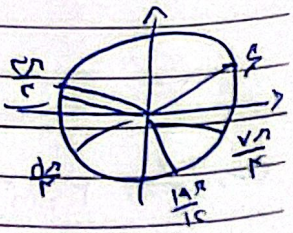
۲

$\cos 2x = 0 \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$ ✓

$2\sin 2x + 1 = 0 \rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2}$

$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12}$ ✓

$2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12}$ ✓



ب) $2\cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1$

$2\cos^2 x + 2\sin x\cos x - 1 = 0 \rightarrow \cos 2x + \sin 2x = 0 \xrightarrow{(\ )^2} \cos^2 2x + \sin^2 2x + 2\sin 2x\cos 2x$

$= 0 \rightarrow \sin 4x = 1 \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{3\pi}{8}$

۳) الف) ۱/۷۵

$\cot x(2\cos x + 1) = \frac{1}{\sin x}, \quad \sin x \neq 0$

$\cos x(2\cos x + 1) = 1 \rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \ (1)$

$\cos x = -1 \ (2)$

درستی جواب گفتم؟

$1)\ x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \qquad 2)\ x = 2k\pi + \pi$

اگر $\cos x = -1$ باشد $\sin x = 0$ است و عبارت تعریف نشده می‌شود

جواب غیر قابل قبول محسوب می‌شود

ب) $2\sin^2 x - \sin x\cos x + \cos^2 x = 2$

یکی ازش می‌شه

$1 + \sin^2 x - \sin x\cos x = 2 \rightarrow -1 + \sin^2 x + \sin x\cos x = 0 \xrightarrow{\div \cos^2 x}$ شرط $\cos x \neq 0$

$\rightarrow \tan^2 x + \tan^2 x - 1 - \tan^2 x = -\tan x - 1 = 0$ ($\frac{1}{\cos^2 x}$)

$\tan x = -1 \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4}$

شرط $\cos x = 0 \rightarrow 2\sin^2 x = 2 \rightarrow \sin^2 x = 1 \rightarrow \sin x = \pm 1 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$

شنبه ۲۷ اردیبهشت ۱۴۰۴ 17 May. 2025 ۱۹ ذی‌القعده ۱۴۴۶

یک‌شنبه ۲۸ اردیبهشت ۱۴۰۴ 18 May. 2025 ۲۰ ذی‌القعده ۱۴۴۶

روز بزرگداشت حکیم عمر خیام

بازه $x \in [-\pi, \frac{3\pi}{2}]$ → $x = -\pi , \pi$ → $|\pi - (-\pi)| = 2\pi$

۷- $\cos^2 x - \sin^2 x \cos 2x = 1$ ۱٫۵

$-\sin^2 x \cos 2x = 1 - \cos^2 x$ → $\cos 2x = -1$ → $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$ ($1-\cos^2 x = \sin^2 x$)

* $\sin^2 x \neq 0$ شرط $\frac{\pi}{2}$, $\frac{5\pi}{3}$, π

* $\sin^2 x = 0$ → $x = 2k\pi$ → $x \in [0, 2\pi]$ → $\{0, 2\pi\}$

$x = 0 , 2\pi$ جواب: در کل ۵ جواب دارد

۸- $\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = \tan 3x$ →

$\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{\tan\frac{\pi}{4} - \tan x}{1 + \tan\frac{\pi}{4}\tan x} = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$ → $\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \tan 3x$ ۲

→ $\frac{\pi}{4} - x = 3x + k\pi$ → $x = \frac{\pi}{16} - \frac{k\pi}{4}$

۹- $\sqrt{1 + \sin 2x} = \sqrt{2} \cos 2x$ ۱٫۵

$\sqrt{(\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x} = \sqrt{2}\cos 2x$ → $|\sin x + \cos x| = \sqrt{2}\cos 2x$ ($(\sin x + \cos x)^2$)

→ $\sqrt{2}|\sin(x + \frac{\pi}{4})| = \sqrt{2}\cos 2x$

شرط $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = 0$: $\cos 2x = 0$ → $x = k\pi + \frac{\pi}{4}$

شرط $\sin(x + \frac{\pi}{4}) \neq 0$: $2x = \frac{\pi}{4} - x + 2k\pi$

$3x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ → $x = \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}$ ؟ بازه $[0, \pi]$

$x=\frac{3\pi}{2} \to -1-0=-1$ ✓

$x=\frac{\pi}{2} \to 1-0=1$ ✗

$x=\pi \to 0-(-1)$ ✗

۱۰- الف)

$\sin^4 x - \cos^4 x = 1$

$\to (\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x) = 1$

$\cos 2x = -1$

لـ $\cos 2x = -1 \to x = k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\in [0, 2\pi]} x = \{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\}$ ✓

۲

ب)

$\sin^3 x - \cos^3 x = -1$

بررسی کمان‌های اصلی

$x = \frac{\pi}{2} \to 1-0=1$ ✗

$0 \to 0-1=-1$ ✓ $\to -1$

$\frac{3\pi}{2} \to -1-0=-1$ ✓

$\pi \to 0+1=1$ ✗

$x = 0, \frac{3\pi}{2}$

سوال ۹

$$\sqrt{1+\sin 2x} = \sqrt{2}\cos 2x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1+\sin 2x = 2\cos^2 2x$$

$$1+\sin 2x = 2-2\sin^2 2x \to 2\sin^2 2x + \sin 2x - 1 = 0 \to \sin 2x = -1$$ یا $\sin 2x = +\frac{1}{2}$

$$\sin 2x = -1 \to 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \xrightarrow[k=1]{0\le x\le \pi} x = \frac{3\pi}{4} \checkmark$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2} \to 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$$ یا $2k\pi + \frac{5\pi}{6} \xrightarrow[k=0]{0\le x\le \pi} x = \frac{\pi}{12} \checkmark$ یا $\frac{5\pi}{12}$ ✗

چون عبارت به توان ۲ رسیده است جواب زائد تولید می‌کند

به ازای $x=\frac{5\pi}{12}$ ، $\cos 2x$ منفی می‌شود، چون جواب رادیکال است غ‌ق‌ق است

* معادله ۲ جواب دارد