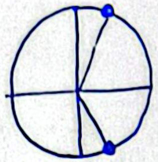
حسابان ۲ - ۱۲ دختر A

①

$8\cos\alpha - \tan^2\alpha = 1$ $\quad 8\cos\alpha = 1+\tan^2\alpha$ $\quad 8\cos\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ $\quad \cos^3\alpha = \frac{1}{8}$

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$



۲ جواب.

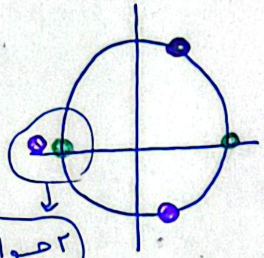
---

②

$5\sin^2\alpha + 2\cos(3\alpha) = -2$

$$\begin{cases} \sin^2\alpha = 0 \longrightarrow \alpha = k\pi \\ \cos 3\alpha = -1 \longrightarrow 3\alpha = 2k\pi + \pi \quad \alpha = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

جواب های کلی = $\frac{\pi}{3}$ و π ، $\frac{5\pi}{3}$



فقط روی دایره

۲ جواب دارد.

---

③

$2\sin(\alpha)\underbrace{\cancel{\cos(2\alpha)}}_{1-2\sin^2\alpha} + \sin(\alpha) = 1$

$2\sin\alpha - 4\sin^3\alpha + \sin\alpha = 1$ $\quad 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha = 1$ $\quad -\sin 3\alpha = 1$

$\sin 3\alpha = -1$ $\quad 3\alpha = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$ $\quad \alpha = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{2}$

k	0	1	2
α	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$

$\frac{\pi + 7\pi + 11\pi}{6} = \boxed{\frac{19\pi}{6}}$

یا $\frac{4k\pi}{6} + \frac{3\pi}{6}$

(۴)

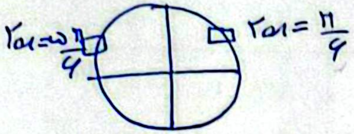
$$\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi+۴x}{۲}\right)}+\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi+۸x}{۲}\right)}=0 \qquad \frac{1}{\cos ۲x}=\frac{1}{\sin ۴x} \qquad \sin ۴x=\cos ۲x$$

$$۲\sin ۲x\cos ۲x-\cos ۲x=0 \qquad \cos ۲x(۲\sin ۲x-1)=0$$

$\rightarrow \cos ۲x=0$ غ‌ق‌ق چ مخرج را صفر می‌کند

$\hookrightarrow ۲\sin ۲x=1$

$$\sin ۲x=\frac{1}{۲}$$



$$\alpha=x_۲-x_1$$

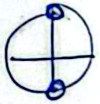
$$\frac{۵\pi}{۱۲}-\frac{\pi}{۱۲}\longrightarrow\frac{\pi}{۳} \qquad \tan\left(\frac{۲\pi}{۳}\right)=-\sqrt{۳}$$

---

(۶)

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{۶}\right)\underbrace{\cos\left(x-\frac{\pi}{۳}\right)}_{\frac{\pi}{۳}-x}=1 \qquad \cancel{x}+\frac{\pi}{۶}+\frac{۲\pi}{۶}-\cancel{x}\rightarrow\frac{\pi}{۲}\rightarrow\sin x=\cos x$$

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{۶}\right)\sin\left(x+\frac{\pi}{۶}\right)=1 \qquad \sin^۲\left(x+\frac{\pi}{۶}\right)=1 \qquad \sin\left(x+\frac{\pi}{۶}\right)=\pm1$$



$$x+\frac{\pi}{۶}=k\pi+\frac{\pi}{۲} \qquad x=k\pi+\frac{\pi}{۳}\xrightarrow{\text{جوابها}}$$

k	0	۱
x	$\frac{\pi}{۳}$	$\frac{۴\pi}{۳}$

۲ جواب

---

(۷)

$$\sin x+\sqrt{۳}\cos x=\sqrt{۲}\rightarrow\frac{a}{|a|}\sqrt{a^۲+b^۲}\sin(x+\alpha)\rightarrow ۲\sin\left(x+\frac{\pi}{۳}\right)=\sqrt{۲}$$

$$\tan\alpha=\frac{b}{a} \qquad \tan\alpha=\sqrt{۳} \qquad \alpha=۶0^\circ$$

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{۳}\right)=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \qquad x+\frac{\pi}{۳}=۲k\pi+\frac{\pi}{۴} \qquad x=۲k\pi-\frac{\pi}{۱۲}$$

k	0	۱
x	$-\frac{\pi}{۱۲}$	$\frac{۲۳\pi}{۱۲}$

$$x+\frac{\pi}{۳}=۲k\pi+\frac{۳\pi}{۴} \qquad x=۲k\pi+\frac{۵\pi}{۱۲}$$

k	0	~~۱~~
x	$\frac{۵\pi}{۱۲}$	~~$\frac{۲۹\pi}{۱۲}$~~

$$\frac{۲۳\pi}{۱۲}-\frac{\pi}{۱۲}+\frac{۵\pi}{۱۲}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{۲۷\pi}{۱۲}$$

①

$۴\sin\alpha\sin(\underbrace{\tfrac{۳\pi}{۲}-\alpha}_{-\cos\alpha})=۱$ $\qquad -۴\underbrace{\sin\alpha\cos\alpha}_{\frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha}=۱$ $\qquad -۲\sin ۲\alpha=۱$

$\sin ۲\alpha=-\frac{۱}{۲}$ $\qquad ۲\alpha=۲k\pi-\frac{\pi}{۶}$ $\qquad \alpha=k\pi-\frac{\pi}{۱۲}$

k	۱	۲
α	$\frac{۱۱\pi}{۱۲}$	$\frac{۲۳\pi}{۱۲}$

$۲\alpha=۲k\pi+\frac{۷\pi}{۶}$ $\qquad \alpha=k\pi+\frac{۷\pi}{۱۲}$

k	۰	۱
α	$\frac{۷\pi}{۱۲}$	$\frac{۱۹\pi}{۱۲}$

$$\frac{۱۱\pi+۲۳\pi+۷\pi+۱۹\pi}{۱۲}=\frac{۶۰\pi}{۱۲}=\boxed{۵\pi}$$

---

⑨

$(\underbrace{۱+\cos ۲\alpha}_{۲\cos^۲\alpha})(\underbrace{۱+\cos(۴\alpha)}_{۲\cos^۲ ۲\alpha})(\underbrace{۱+\cos(۸\alpha)}_{۲\cos^۲ ۴\alpha})=\frac{۱}{۸}$ $\qquad (\cos ۲\alpha\times\cos\alpha\times\cos ۴\alpha)^۲=\frac{۱}{۶۴}$

$\cos\alpha\cdot\cos ۲\alpha\cdot\cos ۴\alpha=\frac{۱}{۸}\xrightarrow[\times\sin\alpha]{\times\sin\alpha}$

$$\frac{\overbrace{\overbrace{\overbrace{\sin\alpha\cos\alpha}^{\frac{۱}{۲}\sin ۲\alpha}\cdot\cos ۲\alpha}^{\frac{۱}{۲}\sin ۴\alpha}\cdot\cos ۴\alpha}^{\frac{۱}{۲}\sin ۸\alpha}}{\sin\alpha}$$

$\rightarrow \frac{۱}{۸}\,\frac{\sin ۸\alpha}{\sin\alpha}=\frac{۱}{۸}$ $\qquad \sin ۸\alpha=\sin\alpha$ $\qquad ۸\alpha=۲k\pi+\alpha$ $\qquad \alpha=\frac{۲k\pi}{۷}$

$۸\alpha=۲k\pi+\pi-\alpha$ $\qquad \alpha=\frac{۲k\pi}{۹}+\frac{\pi}{۹}$

$\alpha=\frac{۲k\pi}{۷}$

k	۰	۱	۲	۳
α	۰	$\frac{۲\pi}{۷}$	$\frac{۴\pi}{۷}$	$\frac{۶\pi}{۷}$

$\frac{۲k\pi}{۹}+\frac{\pi}{۹}$

k	۰	۱	۲	۳	۴
α	$\frac{\pi}{۹}$	$\frac{۳\pi}{۹}$	$\frac{۵\pi}{۹}$	$\frac{۷\pi}{۹}$	$\boxed{\frac{۹\pi}{۹}}$ ← بزرگ ترین عضو

$\tan(۳\alpha)\,\cancel{\tan(\alpha)}=1$ $\quad \tan(۳\alpha)=\cot(\alpha) \quad \tan(۳\alpha)=\tan(\frac{\pi}{۲}-\alpha)$ ⑩

$\frac{1}{\cot\alpha}$

$$۳\alpha = k\pi + \frac{\pi}{۲} - \alpha \qquad \alpha = \frac{k\pi}{۴} + \frac{\pi}{۸}$$

k	۴	۵	۶	۷	~~۸~~
α	$\frac{۹\pi}{۸}$	$\frac{۱۱\pi}{۸}$	$\frac{۱۳\pi}{۸}$	$\frac{۱۵\pi}{۸}$	$\cancel{\frac{۱۷\pi}{۸}}$

$$\frac{۹\pi + ۱۱\pi + ۱۳\pi + ۱۵\pi}{۸} \quad \frac{۳۸\pi}{۸} \rightarrow \boxed{\frac{۱۹\pi}{۴}}$$