۱۹/۲۵ آفرین

نام و نام خانوادگی ......فاطمه اسپارزاده...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۷... کلاس ریاضی دهم رحمی A حبیبی‌ها

۱

$8\cos x = \tan^2 x + 1 \rightarrow 8\cos x = \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow \cos^3 x = \frac{1}{8} \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow$

$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

این معادله در بازه $[0, 2\pi]$ ۲ جواب $\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{5\pi}{3}$ را دارد.

۲

۲

$5\sin^2 x + 2\cos 3x + 2 = 0 \xrightarrow[\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x]{\sin^2 x = 1 - \cos^2 x} 5(1-\cos^2 x) + 2(4\cos^3 x - 3\cos x) + 2 = 0 \rightarrow$

$8\cos^3 x - 5\cos^2 x - 6\cos x + 7 = 0 \xrightarrow{\text{جمع ضرایب با توان فرد = زوج}} \cos x = -1 \rightarrow$

$(\cos x + 1)\underbrace{(8\cos^2 x - 13\cos x + 7)}_{\Delta<0 \text{ ریشه ندارد}} = 0 \rightarrow \cos x = -1 \rightarrow x = 2k\pi - \pi$

در بازه $[-\pi, \pi]$ دو جواب $\{-\pi, \pi\}$ را دارد. (۲ جواب)

۲

۳

$\sin x(2\cos 2x + 1) = 1 \xrightarrow{\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x} \sin x(2 - 4\sin^2 x + 1) = 1 \rightarrow$

$4\sin^3 x - 3\sin x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{جمع ضرایب فرد = زوج}} \sin x = -1 : (\sin x + 1)(4\sin^2 x - 4\sin x + 1) \rightarrow$

$(\sin x + 1)(2\sin x - 1)^2 = 0 \rightarrow \sin x = \{-1, \frac{1}{2}\} \rightarrow x = \{2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{6}, 2k\pi + \frac{5\pi}{6}\}$

در بازه $[0, 2\pi]$ جواب‌های $\{\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}\}$ قابل قبول است. که مجموع آن‌ها $\frac{5\pi}{2}$ می‌باشد.

۲

۴

$\frac{1}{\sin(2x+\frac{\pi}{2})} + \frac{1}{\cos(4x+\frac{\pi}{2})} = 0 \rightarrow \frac{1}{\cos 2x} + \frac{-1}{\sin 4x} = 0 \rightarrow \frac{1}{\cos 2x} = \frac{1}{\sin 4x} \rightarrow$

$\cos 2x = \sin 4x \rightarrow \cos 2x = 2\sin 2x \cos 2x \rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \rightarrow 2x = \{2k\pi + \frac{\pi}{6}, 2k\pi + \frac{5\pi}{6}\} \rightarrow$

$x = \{k\pi + \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{5\pi}{12}\} \rightarrow [0, \pi]$ در بازه $\rightarrow x = \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12} \rightarrow \alpha = \frac{5\pi - \pi}{12} = \frac{\pi}{3} \rightarrow$

$\tan\frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$

۲

۵

$\cos(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x - \sin x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \cos x - \sin x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

اتحاد مربع: $(\cos x - \sin x)^2 = 1 - \sin 2x \rightarrow \sin 2x = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

جایگذاری: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}(m) - 3\sqrt{6}(\frac{1}{3}) = \sqrt{6} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} m = 2\sqrt{6} \rightarrow \boxed{m = 6}$

۲

$\sin(x+\frac{\pi}{6})\cos(x-\frac{\pi}{3}) = 1 \to 2\cos(x-\frac{\pi}{3}) = 1 \to \cos(x-\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} \to$

$x-\frac{\pi}{3} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \to x = \{2k\pi + \frac{2\pi}{3}, 2k\pi\}$

۶ تعداد جواب معادله در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ ، ~~۳~~ تا حداکثر ببرید.

۲جواب

۱/۷۵

$\sin x + \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}}\cos x = \sqrt{2} \to \frac{\cos\frac{\pi}{3}\sin x + \sin\frac{\pi}{3}\cos x}{\underbrace{\cos\frac{\pi}{3}}_{\frac{1}{2}}} = \sqrt{2} \to$

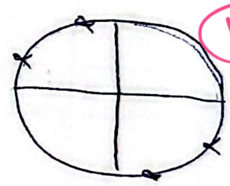
$\sin(x+\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \to x+\frac{\pi}{3} = \{2k\pi+\frac{\pi}{4}, 2k\pi+\frac{3\pi}{4}\} \to$ ۷

$x = \{2k\pi - \frac{\pi}{12}, 2k\pi + \frac{5\pi}{12}\} \xrightarrow{[-\pi, 2\pi] \text{ در بازه}} x = \{-\frac{\pi}{12}, \frac{23\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\} \xrightarrow{\text{جمع}} \frac{9\pi}{4}$

۲

$4\sin x \cdot \underbrace{\sin(\frac{3\pi}{2} - x)}_{-\cos x} = 1 \to -2\sin 2x = 1 \to \sin 2x = \frac{-1}{2} \to$

$2x = \{2k\pi - \frac{\pi}{6}, 2k\pi - \frac{5\pi}{6}\} \to x = \{k\pi - \frac{\pi}{12}, k\pi - \frac{5\pi}{12}\}$



۱/۵

۸ ۴ جواب در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ داریم. مجموع جواب ها؟

$(1+\cos 2\alpha)(1+\cos 4\alpha)(1+\cos 8\alpha) = \frac{1}{8} \to (2\cos^2\alpha)(2\cos^2 2\alpha)(2\cos^2 4\alpha) = \frac{1}{8}$ } $\to$

از طرفی داریم: $\sin 8\alpha = 8\sin\alpha\cos\alpha\cos 2\alpha\cos 4\alpha$

$\frac{|\sin 8\alpha|}{|\sin\alpha|} = 1 \to \sin 8\alpha = \sin\alpha$ یا $\sin 8\alpha = \sin(-\alpha) \Rightarrow \alpha = \{\frac{2k\pi}{9}, \frac{2k\pi}{7}, \frac{2k\pi+\pi}{7}, \frac{2k\pi+\pi}{9}\} \to$ ۹

در بازه‌ی $[0, \pi]$: $\alpha = \{\frac{2\pi}{7}, \frac{4\pi}{7}, \frac{6\pi}{7}, \frac{\pi}{7}, \frac{3\pi}{7}, \frac{5\pi}{7}, \frac{2\pi}{9}, \frac{4\pi}{9}, \frac{6\pi}{9}, \frac{8\pi}{9}, \frac{\pi}{9}, \frac{3\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}, \frac{7\pi}{9}\}$

۲

$\boxed{\frac{8\pi}{9} = \alpha}$

$\tan 3x \cdot \tan x = 1 \to \tan 3x = \cot x \to \tan 3x = \tan(\frac{\pi}{2} - x) \to$

$3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \to 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \to x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \longrightarrow [\pi, 2\pi]$ در بازه:

۱۰

$x = \{\frac{9\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}, \frac{15\pi}{8}\} \longrightarrow$ $\boxed{\text{جمع} \ , \ 6\pi}$

۲

۸

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=-\cos x$$

$$4\sin x(-\cos x)=1 \longrightarrow -2(2\sin x\cos x)=1 \longrightarrow \sin 2x=-\frac{1}{2}$$

$$2x=2k\pi-\frac{\pi}{6} \quad \text{یا} \quad 2k\pi+\frac{7\pi}{6} \longrightarrow x=\overset{2}{k\pi-\frac{\pi}{12}} \quad \text{یا} \quad \overset{1}{k\pi+\frac{7\pi}{12}}$$

$$\xrightarrow{0\leq x\leq 2\pi} \begin{cases} \overset{1}{} \; k=0,1 \longrightarrow x=\frac{7\pi}{12}, \frac{19\pi}{12} \\ \underset{2}{} \; k=1,2 \longrightarrow x=\frac{11\pi}{12}, \frac{23\pi}{12} \end{cases}$$

$$S=\frac{7\pi}{12}+\frac{19\pi}{12}+\frac{11\pi}{12}+\frac{23\pi}{12}=\frac{60\pi}{12}=\boxed{5\pi}$$

۴

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$$

$$\frac{\pi}{3}-x+x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2} \longrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\sin^2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=1 \longrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=\pm 1 \longrightarrow x+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}$$

$$x=k\pi+\frac{\pi}{3} \xrightarrow{0\leq x\leq 2\pi} k=0 \longrightarrow x=\frac{\pi}{3}, \quad k=1, \; x=\frac{4\pi}{3}$$

معادله ۲ جواب در بازه دارد