کیمیا یکی آبادی ۱

①

$۸\cos x - \tan^{۲} = ۱$ $\quad ۸\cos x = ۱ + \underbrace{\tan^{۲} x}_{\frac{۱}{\cos^{۲} x}} \to \cancel{۸}\cos^{۳} x = \frac{۱}{۸}$

$\to \cos x = \frac{۱}{۲} \to x = \frac{\pi}{۳}$ و $\frac{۵\pi}{۳}$ $\longrightarrow$ $\boxed{۲}$ جواب در $[۰ و ۲\pi]$

$۲k\pi \pm \alpha$

۲

۲۰ آفرین خیلی عالی نوشتی !

②

$۵\sin^{۲} x + ۲\cos ۳x = -۲ \to ۵\sin^{۲} x + ۴\cos^{۲}\left(\frac{۳x}{۲}\right) = ۰$

$+۲$

$۲(\cos ۳x + ۱)$

همواره نامنفی ← هر ۲ = ۰

$۵\sin^{۲} x = ۰ \to \sin x = ۰ \to x = k\pi \xrightarrow[x \in [-\pi و \pi]]{} x = -\pi و ۰ و \pi$ ★

۲

$۴\cos^{۲}\left(\frac{۳x}{۲}\right) = ۰ \to \cos\left(\frac{۳x}{۲}\right) = ۰ \to \frac{۳x}{۲} = kx + \frac{\pi}{۲} \to x = \frac{۲k\pi}{۳} + \frac{\pi}{۳}$

$\xrightarrow[x \in [-\pi و \pi]]{} x = -\pi و \pi$ ☆ $\quad$ ★ ∩ ☆ → ۲ جواب دارد → $-\pi و \pi$

③

$۲\sin x \underbrace{\cos ۲x}_{(۱-۲\sin^{۲} x)} + \sin x = ۱ \xrightarrow{\times(-۱)} ۴\sin^{۳} x - ۳\sin x + ۱ = ۰$ $\xrightarrow{\text{تجزیه}}$ می‌کنیم

۲

$(\sin x + ۱)\underbrace{(۴\sin^{۲} x - ۴\sin x + ۱)}_{(۲\sin x - ۱)^{۲}} = ۰ \to \sin x = -۱ \to x = \frac{۳\pi}{۲}$

$\hookrightarrow \sin x = \frac{۱}{۲} \to x = \frac{\pi}{۶}$ و $\frac{۵\pi}{۶}$ $\xrightarrow{\text{جمع}} \frac{۵\pi}{۲}$

④

$\frac{۱}{\sin\left(\frac{\pi}{۲} + ۲x\right)} + \frac{۱}{\cos\left(\frac{\pi}{۲} + ۴x\right)} = ۰$ $\quad \neq ۰ \quad ۰ \neq$ $\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}}$ $\underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{۲} + ۲x\right)}_{\cos ۲x} = \underbrace{-\cos\left(\frac{\pi}{۲} + ۴x\right)}_{-(-\sin ۴x)}$

۲

$\cos ۲x = \cos\left(\frac{\pi}{۲} - ۴x\right)$

$\to ۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} - ۴x \to ۶x = \frac{۲k\pi}{۳۶} + \frac{\pi}{۱۲} \to \frac{\pi}{۱۲}$ و $\frac{۵\pi}{۱۲}$

$\llcorner ۲x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} + ۴x \to -۲x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} \to$ مخرج را صفر می‌کند

$a = \frac{۵\pi}{۱۲} - \frac{\pi}{۱۲} = \frac{\pi}{۳} \to \tan\left(۲ \times \frac{\pi}{۳}\right) = \boxed{-\sqrt{۳}}$

⑤

$m\underbrace{(\cos x - \sin x)}_{\text{طبق ★} = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}} - ۳\sqrt{۶}\underbrace{\sin ۲x}_{\text{طبق ★} \frac{۱}{۳}} = \sqrt{۶}$

$\cos\left(x + \frac{\pi}{۴}\right) = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \to \cos x \frac{\sqrt{۲}}{۲} - \sin x \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۱}{\sqrt{۳}} \to \cos x - \sin x = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}$ ★

۲

$\xrightarrow{\text{توان ۲}} ۱ - \sin ۲x = \frac{۲}{۳} \hookrightarrow = \frac{۱}{۳}$ ★

$m\left(\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}}\right) - \sqrt{۶} = \sqrt{۶} \quad ۲\sqrt{۶} \longrightarrow m = \frac{۲\sqrt{۶}}{\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}} = \boxed{۶}$

(۶)

$\sin(x+\frac{\pi}{۶})\cos(\cancel{x-\frac{\pi}{۳}})=۱$ $x+\frac{\pi}{۶}-x+\frac{\pi}{۳}=\frac{\pi}{۲}\rightarrow$ زاویه‌ها متمم

$\frac{\pi}{۳}-x$

$\sin(\frac{\pi}{۶}+x)\rightarrow\sin^۲(x+\frac{\pi}{۶})=۱\rightarrow\sin(x+\frac{\pi}{۶})=\pm۱$ ۲

$\rightarrow x+\frac{\pi}{۶}=k\pi+\frac{\pi}{۲}\rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۳}\xrightarrow[x\in[۰ \text{ و } ۲\pi]]{}$ ✓ $\frac{\pi}{۳}$ و $\frac{۴\pi}{۳}$ → ۲ جواب

---

(۷)

$\frac{۱}{۲}(\sin x+\sqrt{۳}\cos x=\sqrt{۲})\xrightarrow[\text{بسط جمع sinها}]{}\sin(x+\frac{\pi}{۳})=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\rightarrow x+\frac{\pi}{۳}=$

$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$: $\sin\frac{\pi}{۴}$

$=۲k\pi+\cancel{\frac{\pi}{۴}}-\frac{\pi}{۱۲}$

$۲k\pi+\cancel{\frac{۳\pi}{۴}}\rightarrow\frac{۵\pi}{۱۲}$

$\xrightarrow{x\in[-\pi \text{ و } ۲\pi]}$ $x=-\frac{\pi}{۱۲}$ و $\frac{۵\pi}{۱۲}$ و $\frac{۲۳\pi}{۱۲}\xrightarrow[\text{جمع}]{}\boxed{\frac{۹\pi}{۴}}$ ✓ ۲

---

(۸)

$۴\sin x\,\cancel{\sin x(\frac{۳\pi}{۲}-x)}=۱\rightarrow\sin ۲x=\frac{-۱}{۲}\rightarrow\cancel{۲}x=\cancel{۲}k\pi-\frac{\pi}{\cancel{۶}\,۱۲}$

$-\cos x$

$-۲\sin ۲x$

$\frac{-۱}{۲}$: $\sin(\frac{-\pi}{۶})$ $\cancel{۲}x=\cancel{۲}k\pi+\frac{۷\pi}{\cancel{۶}\,۱۲}$ ۲

$\xrightarrow{x\in[۰ \text{ و } ۲\pi]}$ $\frac{۷\pi}{۱۲}+\frac{۱۱\pi}{۱۲}+\frac{۱۹\pi}{۱۲}+\frac{۲۳\pi}{۱۲}=\boxed{۵\pi}$ ✓

---

(۹)

$(\cancel{۱+\cos ۲x})(\cancel{۱+\cos ۴x})(\cancel{۱+\cos ۸x})=\frac{۱}{\cancel{۸}}$ ۶۴

$\cancel{۲}\cos^۲x$ $\cancel{۲}\cos^۲ ۲x$ $\cancel{۲}\cos^۲ ۴x$

$\rightarrow\cos x\times\cos ۲x\times\cos ۴x=\frac{\pm۱}{\cancel{۸}}\rightarrow\frac{\sin ۸x}{\sin x}=\pm۱$

$\frac{\sin ۲x}{\sin x}$ $\cancel{\frac{۱}{۲}}\sin ۲x$ $\cancel{\frac{۱}{۲}}\sin ۴x$ $\cancel{\frac{۱}{۲}}\sin ۸x$

$\boxed{\sin x\neq۰}$ $\sin ۸x=\pm\sin x$ ۲

$\rightarrow\sin ۸x=\sin x\rightarrow\overset{۷x}{\cancel{۸x}}=۲k\pi+\cancel{x}\rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۷}$

$\overset{}{\underset{۹x}{۸x}}=۲k\pi+\pi-\cancel{x}\rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۹}+\frac{\pi}{۹}$

$\rightarrow\sin ۸x=\sin(-x)\rightarrow\cancel{۸x}=۲k\pi-\cancel{x}\rightarrow x=\frac{۲k}{۹}$

$\underset{۷x}{\cancel{۸x}}=۲k\pi+\pi+\cancel{x}\rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۷}+\frac{\pi}{۷}$

✓ $\xrightarrow{x\in[۰ \text{ و } \pi]}$ $x_{max}=\frac{۸\pi}{۹}$

---

(۱۰)

$\tan ۳x\tan x=۱\rightarrow\tan ۳x=\cancel{\frac{۱}{\tan x}}$ $\cancel{\cot x}$ $\tan(\frac{\pi}{۲}-x)$ ۲

$\underset{۴x}{\cancel{۳x}}=k\pi+\frac{\pi}{۲}-\cancel{x}\rightarrow x=\frac{k\pi}{۴}+\frac{\pi}{۸}\xrightarrow[x\in[\pi \text{ و } ۲\pi]]{}\frac{۱۱\pi}{۸}+\frac{۹\pi}{۸}+\frac{۱۳\pi}{۸}+\frac{۱۵\pi}{۸}$

$\boxed{۶\pi}$ ✓