

$$\sin\left(\frac{\pi + \pi}{2}\right) = \cos(\pi) \quad \rightarrow \quad \cos\left(\frac{\pi + \pi}{2}\right) = -\sin(\pi) \rightarrow$$

$$\sin \pi = 2 \sin \pi \cos \pi$$

$$\rightarrow \frac{1}{\cos(\pi)} + \frac{1}{-2 \sin(\pi) \cos(\pi)} = 0 \rightarrow \frac{1}{\cos(\pi)} = \frac{1}{2 \sin(\pi) \cos(\pi)}$$

با فرض $\cos(\pi) \neq 0$ باشد، اون ردار در طرف ساره می کنیم.

$$1 = \frac{1}{2 \sin(\pi)} \rightarrow \sin(\pi) = \frac{1}{2}$$

$$\sin(\pi) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \div 2 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} \div 2 \rightarrow x = k\pi + \frac{3\pi}{4} \end{cases} \quad \begin{matrix} x \in [0, \pi] \\ x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \end{matrix}$$

$$\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

باتوجه به اینکه هیچ کدام جواب $\cos(\pi)$ رو منفی کنه :

$$\rightarrow \tan(\pi) = \tan \frac{\pi}{4} = -\sqrt{3} \rightarrow \text{جواب}$$

۱۷

کلاس دوازدهم ریاضت A

نام و نام خانوادگی : مبین رضایی

$$1 \cos x - \tan^2 x = 1 \rightarrow 1 \cos x = 1 + \tan^2 x \Rightarrow 1 \cos x = \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow$$

$$1 \cos^3 x = 1 \Rightarrow \cos^3 x = \frac{1}{1} \rightarrow \cos x = \frac{1}{1}$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

در بازه $[0, 2\pi]$ دو جواب دارد $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{5\pi}{3}$

سوال ۳ - ۵ - نوشته نشده است!

$$\sin\left(\underbrace{x + \frac{\pi}{4}}_{\alpha}\right) \cos\left(\underbrace{-x + \frac{\pi}{4}}_{\beta}\right) = 1$$

جواب سوال ۶) α و β متعام باشند (یعنی $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$) پس $\sin \alpha = \cos \beta$

$$\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi \pm \frac{\pi}{2} \rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \quad x \in [0, 2\pi] \rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$$

جواب دارد. ✓

جواب سوال ۷) با تبدیل $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ عبارت را به یک معادله اشعاعی تبدیل می‌کنیم.

$$2(1 - \cos^2 x) + 3 \cos^3 x = -2 \rightarrow 2 = 2 \cos^2 x - 3 \cos^3 x$$

$$\begin{cases} \cos^2 x = 1 \\ \cos^3 x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \pm 1 \\ 3x = (2k+1)\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{(2k+1)\pi}{3} \end{cases}$$

جواب‌های مشکوک که هر دو کادرسه و با توجه به بازه مشخص شده π و $-\pi$ و $\frac{\pi}{3}$ تا جواب دارد.

$$\Rightarrow (\cos^2 \alpha)(\cos^2 \beta)(\cos^2 \gamma) = \frac{1}{8} \Rightarrow 8 \cos^2 \alpha \cos^2 \beta \cos^2 \gamma = 1 \Rightarrow$$

$$(8 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma)^2 = 1$$

صورت و مخرج عبارت را در $\sin \alpha$ ضرب و تقسیم می‌کنیم.

$$\left(\frac{\sin 8\alpha}{\sin \alpha}\right)^2 = 1 \rightarrow \sin^2 8\alpha = \sin^2 \alpha \rightarrow 8\alpha = k\pi \pm \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{k\pi}{7} \text{ یا } \alpha = \frac{k\pi}{9}$$

چون π ، $\sin \alpha$ و صفری که نمی‌تواند جواب باشد پس بزرگترین جواب $\frac{8\pi}{9}$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right) = -\cos x \rightarrow \frac{\sin x \cos x}{\frac{1}{2} \sin 2x} = 1 \rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \sin 2x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{12} \rightarrow \frac{11\pi}{12} \xrightarrow{+\pi} \frac{23\pi}{12} \\ 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \rightarrow \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{+\pi} \frac{17\pi}{12} \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{11\pi + 23\pi + 17\pi + 5\pi}{12} = \frac{56\pi}{12} = \frac{14\pi}{3}$$

جواب سوال ۱۵

$$\tan(3x) \cdot \tan(x) = 1$$

$$\tan(3x) = \frac{1}{\tan x} \rightarrow \tan 3x = \cot x \rightarrow \tan 3x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

← جواب ها عبارت اند از $\left\{ \frac{15\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{9\pi}{8} \right\}$ بازه $[\pi, 2\pi]$

ها
مجموع

$$\Rightarrow \frac{(15 + 13 + 11 + 9)\pi}{8} = \frac{48\pi}{8} = 6\pi$$

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$$

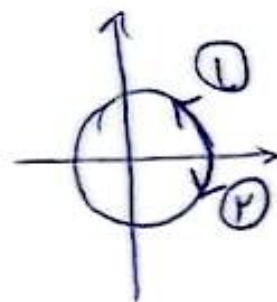
$$\tan \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3} = \alpha$$

جواب سوال (۷)

(۱, ۵)

$$2 \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{2} \longrightarrow \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{12} \rightarrow \text{توباره ۲ تا جواب میدهد} \\ x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{12} \rightarrow \text{توباره ۲ جواب میدهد} \end{cases}$$



← پس در مجموعه معادله در بازه $[-\pi, 2\pi]$ جواب دارد.

$$x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{12} \xrightarrow{-\pi \leq x \leq 2\pi} k=0 \rightarrow x = -\frac{\pi}{12} \text{ و } \frac{23\pi}{12}$$

$$x + \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{12} \xrightarrow{-\pi \leq x \leq 2\pi} k=0 \rightarrow x = \frac{5\pi}{12}$$

$$S = \frac{23\pi}{12} - \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} = \frac{27\pi}{12} = \boxed{\frac{9\pi}{4}}$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x \quad (\text{فرمول ظبی})$$

$$2 \sin x (1 - 2 \sin^2 x) + \sin x = 1 \rightarrow 2 \sin x - 4 \sin^3 x = 1$$

$$\sin 2x = 1 \rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

$$k=0 \rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \quad k=1 \rightarrow x = \frac{5\pi}{4}, \quad k=2 \rightarrow x = \frac{9\pi}{4}$$

$$S = \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{9\pi}{4} = \frac{15\pi}{4} = \boxed{\frac{15\pi}{4}}$$

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \cos x - \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos x - \sin x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{بسط}} \frac{\sqrt{4}}{2} \rightarrow \boxed{\cos x - \sin x = \frac{\sqrt{4}}{2}}$$

$$(\cos x - \sin x)^2 = 1 - \sin 2x = \frac{4}{4} \rightarrow \boxed{\sin 2x = \frac{1}{2}}$$

$$m(\cos x - \sin x) = 2\sqrt{4}(\sin 2x) = \sqrt{4} \rightarrow \frac{\sqrt{4}}{2} m - 2\sqrt{4}\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{4}$$

$$\frac{\sqrt{4}}{2} m - \sqrt{4} = \sqrt{4} \rightarrow \frac{m\sqrt{4}}{2} = 2\sqrt{4} \rightarrow \boxed{m = 4}$$