نام و نام خانوادگی ...ستایش ... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۸.. کلاس ...دوازدهم تجربی A...

۱۷٫۵

۱

الف) $\lim_{x\to 2^+} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(2)+5}{3} = 3$

ب) $\lim_{x\to 2^-} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{9}{3} = 3$

ج) $\lim_{x\to 2} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(2)+5}{3} = 3$

د) $\lim_{x\to 0} \frac{2x+7}{[x^2]}$: $0^+ \to \frac{7}{[0^+]} = \frac{7}{0}$ تعریف نشده ؛ $0^- \to \frac{7}{[0^-]} = \frac{7}{0}$ تعریف نشده — وجود ندارد

۲

الف) $\lim_{x\to 3^-} 4[x]-2 \to 4[3^-]-2 = 8-2 = 6$

ب) $\lim_{x\to 3^-} [4x-2] = [12^- - 2] = [10^-] = 9$

ج) $[\lim_{x\to 3^-} 4x-2] = [10] = 10$

$\lim_{x\to 3^-} 4x-2 = 12-2 = 10$

د) $[\lim_{x\to 3^+} 4x-2] = [10] = 10$

$4x-2 \to 12-2 = 10$ ($x\to 3^+$)

۳

الف) $\lim_{x\to 3^-} \frac{3[x]+1}{2} = \frac{3[3^-]+1}{2} = \frac{7}{2}$

ب) $\lim_{x\to 3^-} [\frac{3x+1}{2}] = [\frac{10^-}{2}] = [5^-] = 4$

ج) $[\lim_{x\to 3} \frac{3x+1}{2}] = [5] = 5$

$\frac{3\times 3+1}{2} = 5$

د) $[\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2}] = [5] = 5$

$\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2} = \frac{3\times 3+1}{2} = 5$

۴

الف) $\lim_{x\to 1} \frac{x-5}{x^2-6x+5} = \frac{1-5}{1-6+5} = \frac{-4}{0}$

$x^2-6x+5 = (x-1)(x-5)$ — جدول علامت: 1 ، 5 : $+ \; 0 \; - \; 0 \; +$

$1^+ \to \frac{1-5}{0^-} = \frac{-4}{0^-} = +\infty$

$1^- \to \frac{1-5}{0^+} = \frac{-4}{0^+} = -\infty$

وجود ندارد

ب) $\lim_{x\to 3} \frac{x-4}{x^2-6x+9} = \frac{x-4}{(x-3)^2} = \frac{3-4}{0} = \frac{-1}{0}$

$(x-3)^2 \to$ جدول علامت: 3 : $+ \; 0 \; +$

$3^+ \to \frac{3-4}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

$3^- \to \frac{3-4}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$

وجود دارد

۵

الف) $\lim_{x\to -3} [-3x] - [5x]$

$-3^+ \to [-3(-3^+)] - [5(-3^+)] = [9^-] - [-15^+] = 8+15 = 23$

$-3^- \to [-3(-3^-)] - [5(-3^-)] = [9^+] - [-15^-] = 9+16 = 25$

وجود ندارد

ب) $\lim_{x\to (\frac{1}{2})^-} [\frac{-1}{x^4}]$

$x < \frac{1}{2} \to \frac{1}{x} > 2 \to \frac{1}{x^4} > 16$

$\frac{-1}{x^4} < -16 \to \lim_{x\to (\frac{1}{2})^-} [\frac{-1}{x^4}] = [-16^-] = -17$

۶ (۰٫۵)

الف) $\lim_{x\to 1} [4x^3-3x^4+3]$

تابع داخل براکت → $4x^3-3x^4+3$

مشتق → $-12x^3+12x^2=-12x^2(x-1)$

$x=1$ → $4-3+3=4$

$[4]=3$

ب) $\lim_{x\to 0} [4x^3-3x^4+3]$

مشتق → $-12x^3+12x^2=-12x^2(x-1)$

$x=0$ → $4(0)-3(0)+3=3$

$\Rightarrow [3^+]=3$

۷ (۲)

الف) $\lim_{x\to 2} \frac{|x^3-8|}{x^2-4}=\frac{|8-8|}{4-4}=\frac{0}{0}$ → رفع ابهام

2^+ ، $x>2$ ، $x^3>8$ ، $x^3-8>0$: $\frac{x^3-8}{x^2-4}=\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)}=\frac{x^2+2x+4}{x+2}$ ، $x=2$ جایگذاری → 3

2^- ، $x<2$ ، $x^3<8$ ، $x^3-8<0$: $\frac{-(x^3-8)}{x^2-4}=\frac{-(x^2+2x+4)}{x+2}$ ، $x=2$ → -3

ندارد

ب) $\lim_{x\to \pi} \frac{|\sin x|}{\sin 2x}=\frac{|0|}{0}$ رفع ابهام

π^+ ربع ۳ → $\sin x<0$ → $\frac{-\sin x}{2\sin x\cos x}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$

π^- ربع ۲ → $\sin x>0$ → $\frac{\sin x}{2\sin x\cos x}=\frac{1}{-2}=-\frac{1}{2}$

ندارد

۸ (۲)

الف) $\lim_{x\to \frac{3\pi}{2}} \sqrt{\cos x}=\sqrt{0}$

$\frac{3\pi}{2}^+$ ربع ۴ $\cos x>0$ → $\sqrt{0^+}=0$

ندارد

$\frac{3\pi}{2}^-$ ربع ۳ $\cos x<0$ → $\sqrt{0^-}$ تعریف نشده

ب) $\lim_{x\to 0} \sqrt{x-2\sqrt{x}}=\sqrt{0-2\sqrt{0}}$

$\sqrt{x} \to x\geq 0$

$\sqrt{x-2\sqrt{x}}\geq 0 \to x-2\sqrt{x}\geq 0 \to \sqrt{x}(\sqrt{x}-2)\geq 0$

0^+ ندارد ، 0^- ندارد → ندارد

۹ (۱)

الف) $\lim_{x\to 0^+} \frac{(-1)^{[\sin x]}}{x^3-x^2}$

$x>0 \to \sin x>0 \to [\sin x]=0 \to (-1)^0=1$

مخرج $x^3-x^2 \to x^2(x-1)$

$\frac{+1}{x^2(x-1)}=\frac{+1}{0^-}=-\infty$ ندارد (حد نامتناهی)

ب) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-[x^2]}{x-[x]}$

2^+: $\frac{x^2-[4^+]}{x-[2^+]}=\frac{x^2-4}{x-2}=\frac{0}{0}$ رفع ابهام $\frac{(x+2)}{1}=4$

2^-: $\frac{x^2-[4^-]}{x-[2^-]}=\frac{x^2-3}{x-1}=\frac{1}{1}=1$

ندارد

۱۰ (۲)

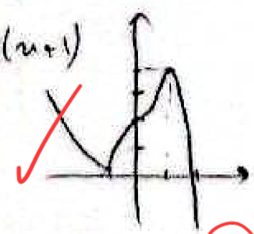
الف) $y=5x^3-3x^5+2$

مشتق → $-15x^4+15x^2=-15x^2(x-1)(x+1)$

$x=1$ → $y=-3+5+2=4$

$x=0$ → $y=0+0+2=2$

$x=-1$ → $y=+3-5+2=0$



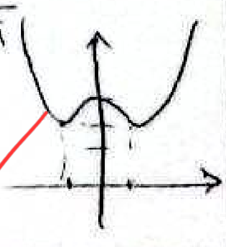
ب) $y=x^4-2x^2+3$ → مشتق

$y'=4x^3-4x=4x(x-1)(x+1)$

$x=1$ → $y=2$

$x=0$ → $y=3$

$x=-1$ → $y=2$

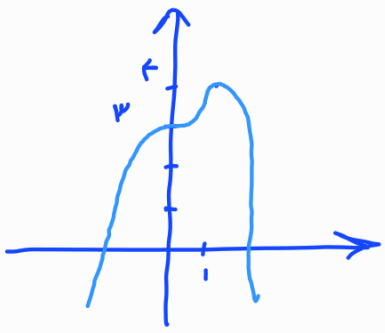


سوال ۶

الف) $\lim_{x \to 1} [f(x)] \longrightarrow \lim_{x \to 1} [f^-] = ۳$

$y = ۴x^۳ - ۳x^۴ + ۳ \longrightarrow y' = ۱۲x^۲ - ۱۲x^۳ \xrightarrow{y'=۰} ۱۲x^۲(۱-x) = ۰ \longrightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۱ \end{cases}$

x	$-\infty$	$*$ ۰		۱	$+\infty$
y'		$+$	$+$		$-$
y		↗ ۳	↗	↘ f	



ب) $\lim_{x \to ۰} [f(x)] = \lim_{x \to ۰} [۴x^۳ - ۳x^۴ + ۳]$

$\lim_{x \to ۰^+} [۳^+] = ۳$

$\lim_{x \to ۰^-} [۳^-] = ۲$