فاطمه سلطان الکتابی

①

الف) $\lim_{x\to ۲^+}\frac{۲x+۵}{x+۱}\xrightarrow{x=۲,۱}\frac{۹,۲}{۳,۱}=۲,۹\simeq ۳\Rightarrow\lim_{x\to ۲^+}\frac{۲x+۵}{x+۱}=۳$

ب) $\lim_{x\to ۲^-}\frac{۲x+۵}{x+۱}\xrightarrow{x=۱,۹}=۳,۰۳\underset{۳}{\simeq}۳\Rightarrow\lim_{x\to ۲^-}\frac{۲x+۵}{x+۱}=۳$

ج) $\lim_{x\to ۲}\frac{۲x+۵}{x+۱}\Rightarrow\frac{۴+۵}{۳}=\frac{۹}{۳}=۳\longrightarrow$ مخرج را صفر نمی‌کرد = نیاز به ۲ بار حد شدن ندارد.

د) $\lim_{x\to ۰}\frac{۲x+۷}{[x^۲]}\longrightarrow$ مخرج را صفر می‌کند $\Rightarrow$

$۰^+\Rightarrow\frac{۷}{۰}=+\infty$

$۰^-\Rightarrow\frac{۷}{۰}=+\infty$

$\Rightarrow$ حد ندارد (مقدار حد مشخص نیست!)

②

الف) $\lim_{x\to ۳^-}۴[x]-۲\Rightarrow[۳^-]=۲\Rightarrow\lim ۴[x]-۲=۶$

ب) $\lim_{x\to ۳^-}[۴x-۲]\Rightarrow\lim_{x\to ۳^-}\overset{۱۲^-=۱۱}{[۴x]}-۲=۹$ ۱

ج) $[\lim_{x\to ۳^-}۴x-۲]=۱۰$

د) $[\lim_{x\to ۳^+}۴x-۲]=۱۰$

③

الف) $\lim_{x\to ۳^-} \frac{۳[x]+۱}{۲} = \frac{۷}{۲}$ $\quad [۳^-]=۲$

ب) $\lim_{x\to ۳^-} \left[\frac{۳x+۱}{۲}\right] = ۴$ $\quad ۵^-$

ج) $\left[\lim_{x\to ۳^-} \frac{۳x+۱}{۲}\right] = ۵$

$۵^- \Rightarrow \lim ۵^- = ۵$

د) $\left[\lim_{x\to ۳^+} \frac{۳x+۱}{۲}\right] = ۵$

$۵^+ \Rightarrow \lim ۵^+ = ۵$

④

الف) $\lim_{x\to ۱} \frac{x-۵}{x^۲-۶x+۵} \rightsquigarrow$ ① ریشه مخرج $\Rightarrow$

$۱^+ \to = \frac{-۴}{۰^-} = +\infty$

$۱^- \to \frac{-۴}{۰^+} = -\infty$

حد ندارد!

$\hookrightarrow (x-۱)(x-۵) \Rightarrow$ ۱ ۵ : + | − | +

$\overset{\leftarrow}{۱^-} \; \overset{\rightarrow}{۱^+}$

ب) $\lim_{x\to ۳} \frac{x-۴}{x^۲-۶x+۹} \rightsquigarrow$

$۳^+ \to \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$

$۳^- \to \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$

حد ندارد!

$\hookrightarrow (x-۳)^۲$

$\hookrightarrow$ ۳ : + | +

⑤

الف) $\lim_{x\to -۳} [-۳x]-[۵x] = \rightsquigarrow$ دانش براکت عدد صحیح $\Rightarrow$

$-۳^+ \to [۹^-]-[-۱۵^+] = ۸+۱۵=۲۳$

$-۳^- \to [۹^+]-[-۱۵^-] = ۹+۱۶=۲۵$

حد ندارد!

تابع صعودی است!

ب) $\lim_{x\to (-\frac{۱}{۲})^-} \left[\frac{-۱}{x^۴}\right] = \lim \left[\frac{-۱}{\frac{۱}{۱۶}}\right] \Rightarrow \lim [-۱۶^-] = -۱۷$

دانش براکت عدد صحیح ← ۲ باشد

⑥

الف) $\lim_{x\to ۱} [۴x^۳-۳x^۴+۳] = ۳$

L.P: $-۱۲x^۳+۱۲x^۲ \rightsquigarrow$ ۰ ۱ ; y' : + | + | −

$-۱۲x^۳+۱۲x^۲=۰$

$-x^۳+x^۲=۰$

$x^۲(-x+۱)=۰$

۰ یا ۱

$\hookrightarrow ۴-۳+۳=۴$

در همسایگی ۱ کمتر از ۴ $\Rightarrow$ براکت $\Rightarrow$ ۳

ب) $\lim_{x\to ۰} [۴x^۳-۳x^۴+۳] \longrightarrow$ حد ندارد!

$۰^+ \to [۳^+] = ۳$

$۰^- \to [۳^-] = ۲$

L.P: $۱۲x^۲-۱۲x^۳ \rightsquigarrow$ ۰ ۱ ; y' : + | + | − ; ↗ ↗ ↘

۳

براکت ۰^+ : ۳

براکت ۰^- : ۲

⑦

الف) $\lim_{x\to ۲} \frac{|x^۳-۸|}{x^۲-۴}$ $\xrightarrow{\text{داخل } ||=۰ \Leftarrow}$ صفر شد ، مخرج هم ۰ شد! (رفع ابهام)

$\xrightarrow{۲^+} \lim \frac{x^۳-۸}{x^۲-۴} \Rightarrow \frac{(x-۲)(\overset{(x+۲)^۲}{x^۲+۲x+۴})}{(x-۲)(x+۲)}$

$\Rightarrow \lim_{۲^+}(x+۲) = ۴$

$-(x^۳-۸)$

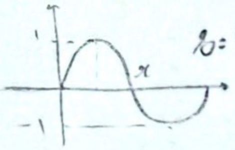
$\xrightarrow{۲^-} \lim \frac{۸-x^۳}{x^۲-۴} \Rightarrow \frac{-\cancel{(x-۲)}(\overset{(x+۲)^۲}{\cancel{x^۲+۲x+۴}})}{\cancel{(x-۲)}\cancel{(x+۲)}}$

$\Rightarrow \lim(-x-۲) = -۴$

حد ندارد!

ب) $\lim_{x\to \pi} \frac{|\sin x|}{\sin ۲x}$ $\Rightarrow$

$\sin ۲x \to ۲\sin x\cos x$



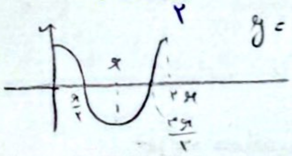
$\xrightarrow{\pi^+} \frac{-\cancel{\sin x}}{۲\cancel{\sin x}\cos x} = \frac{-۱}{\underbrace{۲\cos x}_{۲\cos \pi = -۲}} \xrightarrow{۲^-} = \frac{۱}{۲}$

$\xrightarrow{\pi^-} \frac{\cancel{\sin x}}{۲\cancel{\sin x}\cos x} \Rightarrow \frac{۱}{۲\cos x} = -\frac{۱}{۲}$

حد ندارد!

⑧

الف) $\lim_{x\to \frac{۳\pi}{۲}} \sqrt{\cos x}$



$\xrightarrow{\frac{۳\pi}{۲}^+} \lim \sqrt{۰^+} = ۰$

$\xrightarrow{\frac{۳\pi}{۲}^-} \lim \sqrt{۰^-} =$ ت ن

حد ندارد!

ب) $\lim_{x\to ۰} \sqrt{x-۲\sqrt{x}}$

$\xrightarrow{۰^+} \lim \sqrt{۰^+ - ۲\sqrt{۰^+}} = ۰$

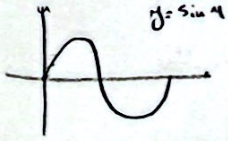
$\xrightarrow{۰^-}$ زیر رادیکال منفی ⇐ تعریف نشده

حد ندارد!

⑨

الف) $\lim_{x\to ۰^+} \frac{(-۱)^{[\sin x]}}{x^۳-x^۲}$ $[\sin ۰^+] = ۰$

$\Rightarrow \frac{\lim (-۱)}{x^۳-x^۲} = \frac{۱}{۰^-} = -\infty$

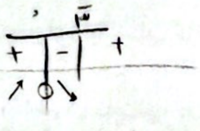


$x^۳-x^۲ \to h.p = ۳x^۲-۲x$

$\to ۳x^۲-۲x=۰$

$x(۳x-۲)=۰$

$\to ۰ \quad \to \frac{۲}{۳}$



۰^- حد ۰^+ میخواد

ب) $\lim_{x\to ۲} \frac{x^۲-[x^۲]}{x-[x]}$

داخل براکت دو صحیح $\Rightarrow$

(مخرج ۰ ← رفع ابهام)

$\xrightarrow{۲^+} \frac{x^۲-۴}{x-۲} \Rightarrow \frac{\cancel{(x-۲)}(x+۲)}{\cancel{x-۲}} = \lim_{۲^+}(x+۲) = ۴$

$\xrightarrow{۲^-} \frac{x^۲-۳}{x-۱} \Rightarrow \frac{۱}{۱} = ۱$

حد ندارد!

(۱۰

الف) $y = ۵x^{۳} - ۳x^{۵} + ۲$

$h.p \rightarrow ۱۵x^{۲} - ۱۵x^{٤} \rightsquigarrow -۱۵x^{٤} + ۱۵x^{۲} = ۰$

$\underbrace{۱۵x^{۲}}_{ل\ ۰}\underbrace{(-x^{۲}+۱)}_{-x^{۲}+۱=۰} = ۰$

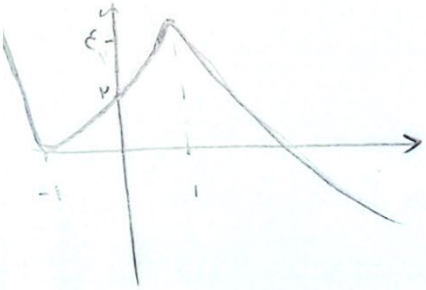
$+x^{۲} = +۱ \Rightarrow x = \pm ۱$

x		-۱		۰		۱	
y'	$-$		$+$		$+$		$-$
y	↘	۰	↗	۲	↗	٤	↘

$-۵ + ۳ + ۲ = ۰$

$۰ - ۰ + ۲$

$۵ - ۳ + ۲ = ۴$



ب) $y = x^{۴} - ۲x^{۲} + ۳$

$hop \rightarrow ۴x^{۳} - ۴x \rightsquigarrow ۴x^{۳} - ٤x = ۰$

$\underbrace{۴x}_{ل\ ۰}\underbrace{(x^{۲}-۱)}_{x^{۲}=۱ \Rightarrow \pm ۱} = ۰$

x		-۱		۰		۱	
y'	$-$		$+$		$-$		$+$
y	↘	۲	↗	۳	↘	۲	↗

$۱ - ۲ + ۳ = ۲$

۳

$۱ - ۲ + ۳ = ۲$