«مبینا هاتف الحسینی» 19,75 «دوازدهم دختر A . تجربی»

۱ـ

الف) $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{2x+5}{x+1} = \dfrac{9}{3} = 3$

ب) $\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{2x+5}{x+1} = \dfrac{9}{3} = 3$

ج) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{2x+5}{x+1} = \dfrac{9}{3} = 3$

د) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x+7}{[x^2]}$ $\begin{cases} 0^+ : \dfrac{7}{[0^+]} \text{ ت.ن} \\ 0^- : \dfrac{7}{[0^+]} = \text{ ت.ن} \end{cases}$

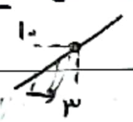
پس این عبارت در $x \to 0$ حد ندارد

2

۲ـ

الف) $\lim\limits_{x\to 3^-} 4[x]-2 = 4\overbrace{[3^-]}^{2}-2 = 6$

ب) $\lim\limits_{x\to 3^-} [4x-2] = [10^-] = 9$



ج) $\left[\lim\limits_{x\to 3^-} 4x-2\right] = [10] = 10$

2

د) $\left[\lim\limits_{x\to 3^+} 4x-2\right] = [10] = 10$

۳ـ

الف) $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{3\overbrace{[x]}^{[3^-]=2}+1}{2} = \dfrac{7}{2}$

ب) $\lim\limits_{x\to 3^-} \left[\dfrac{3x+1}{2}\right] = [5^-] = 4$

ج) $\left[\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{3x+1}{2}\right] = 5$

د) $\left[\lim\limits_{x\to 3^+} \dfrac{3x+1}{2}\right] = 5$

2

۴ـ

الف) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x-5}{x^2-6x+5} = \dfrac{-4}{0}$

$1^+ : \dfrac{-4}{0^-} = +\infty$

$1^- : \dfrac{-4}{0^+} = -\infty$ ⇐ حد ندارد

مشتق $y' = 2x-6 \xrightarrow{x=1} -4 < 0$

تعیین علامت تابع $x^2-6x+5 = (x-1)(x-5)$

	1		5	
+		−		+

۲

ب) $\lim_{x\to 3} \dfrac{x-4}{x^2-6x+9} = \dfrac{-1}{0}$

$3^+ : \dfrac{-1}{0^+} = -\infty$ ⇐ حد ندارد

$3^- : \dfrac{-1}{0^+} = -\infty$

ریشه مضاعف عزیز!

$(x-3)^2$

	3	
+		+

۵ـ

الف) $\lim_{x\to -3} [-3x] - [5x]$

$-3^+ : [9^-] - [-15^+] = 8 - (-15) = 23$

$-3^- : [9^+] - [-15^-] = 9 - (-16) = 25$

۲

ب) $\lim_{x\to (\frac{-1}{2})^-} \left[\dfrac{-1}{x^4}\right] = \left[\dfrac{-1}{(\frac{1}{16})^+}\right] = \left[\dfrac{-1}{\frac{1}{16^+}}\right] = [-16^-] = -17$

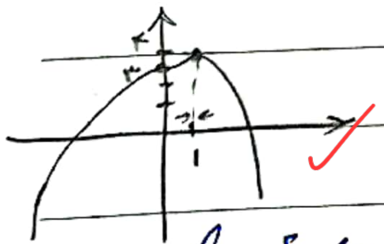
۶ـ

الف) $\lim_{x\to 1} [4x^3 - 3x^4 + 3] = [3^-] = 3$

مشتق: $12x^2 - 12x^3 = 12x^2(1-x)$ ، 0 ، 1

	0		1	
+		+		−

۲



ب) $\lim_{x\to 0} [4x^3 - 3x^4 + 3]$

$0^+ : [3^+] = 3$

$0^- : [3^-] = 2$ ⇐ حد ندارد

$$\frac{2}{-\ \ \phi\ \ +}$$

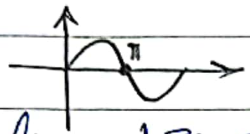
۷ـ الف) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{|x^3-8|}{x^2-4}$

$2^+ : \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\overbrace{x^3-8}^{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}}{\underbrace{x^2-4}_{\cancel{(x-2)}(x+2)}} = \dfrac{12}{4} = \boxed{3}$

$2^- : \lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{\overbrace{-(x^3-8)}^{-\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}}{\underbrace{x^2-4}_{\cancel{(x-2)}(x+2)}} = \dfrac{-12}{4} = \boxed{-3}$

$\Rightarrow$ حد ندارد

۱/۷۵



ب) $\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{|\sin x|}{\sin 2x}$

$\pi^+ : \lim\limits_{x\to \pi^+}\dfrac{-\cancel{\sin x}}{2\cancel{\sin x}\cos x} = \dfrac{-1}{-2} = \boxed{1}$ $\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2} \Rightarrow$ حد ندارد

$\pi^- : \lim\limits_{x\to \pi^-}\dfrac{\cancel{\sin x}}{2\cancel{\sin x}\cos x} = \dfrac{1}{-2} = \boxed{-1}$

۸ـ الف) $\lim\limits_{x\to \frac{3\pi}{2}}\sqrt{\cos x}$

$\frac{3\pi}{2}^+ : \sqrt{0^+} = 0$

$\frac{3\pi}{2}^- : \sqrt{0^-} =$ ت ن

۲

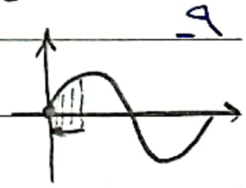
ب) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt{x-2\sqrt{x}}$

$0^+ : \sqrt{x-2\sqrt{0^+}}$ ت ن

مثلاً $x=\frac{1}{100} \to \sqrt{\frac{1}{100}-\frac{2}{10}} = \underbrace{\sqrt{\frac{1}{100}-\frac{20}{100}}}_{\ominus}$ ت ن

$0^- : \sqrt{x-2\underbrace{\sqrt{0^-}}_{\text{ت ن}}} =$ ت ن

۹ـ الف) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{(-1)^{[\sin x]}}{x^3-x^2} = \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{(-1)^{[\sin 0^+]}}{x^3-x^2}$ $\to [0^+]=0$



$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x^3-x^2} = \dfrac{1}{0^-} = -\infty$

$y' = 3x^2-2x<0$ ل

۲

ب) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-[x^2]}{x-[x]}$

$2^+: \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2-[4^+]}{x-[2^+]} =$

$\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2-4}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = 4$

$2^-: \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^2-[4^-]}{x-[2^-]} =$ $\Rightarrow$ حد ندارد

$\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^2-3}{x-1} = \dfrac{1}{1} = 1$

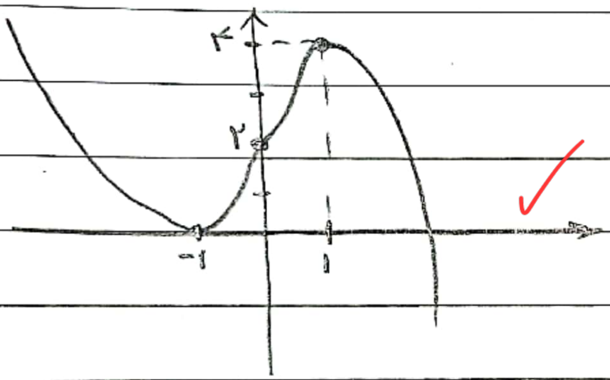
۱۰-

الف) $y = 5x^3 - 3x^5 + 2$

$y' = -15x^4 + 15x^2 = -15x^2(x^2-1)$ → 0 , ± 1

$-1 \quad \overset{*}{0} \quad +1$

$- \;|\; + \;|\; + \;|\; -$



2

ب) $y = x^4 - 2x^2 + 3$

$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2-1)$ → 0 , ± 1

$-1 \quad 0 \quad +1$

$- \;|\; + \;|\; - \;|\; +$