السنا محمدی

۱) الف) $\lim_{x\to 2^+} \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(2)+5}{3} = 3$

ب) $\lim_{x\to 2^-} \frac{2x+5}{x+1} = 3$ ج) $\lim_{x\to 2} \frac{2x+5}{x+1} = 3$

د) $\lim_{x\to 0} \frac{2x+7}{[x^2]} = \frac{2x+7}{[0^+]} = \frac{2x+7}{0} \longrightarrow$ صفر مطلق ← تعریف نشده

$x^2 = 0^+$ زیرا فرقی نمی‌کند 0^+ 0^-

۲) الف) $\lim_{x\to 3^-} 4[x]-2 = 4\underbrace{[3^-]}_{2}-2 = 8-2 = 6$

ب) $\lim_{x\to 3^-} [4x-2] = [10^-] = 9$

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} 4x-2\right] = 10$ تاثیری در جواب lim ندارد

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} 4x-2\right] = 10$

۳) الف) $\lim_{x\to 3^-} \frac{3[x]+1}{2}$

اول کف ... حساب $\Rightarrow \frac{3\times 2+1}{2} = \frac{7}{2}$

ب) $\lim_{x\to 3^-} \left[\frac{3x+1}{2}\right] = [5^-] = 4$

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2}\right] = 5$ لیم تاثیری ندارد

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2}\right] = 5$

④ الف) $\lim_{x\to 1} \frac{x-5}{x^2-6x+5} = \frac{x-5}{(x-5)(x-1)} = \frac{1}{x-1}$ ۲ تا صفر حذف می‌کنیم

صفر ندارد

$\frac{1}{x-5}$ ① 1^+ $\frac{1}{0^+} = \boxed{+\infty}$ ② 1^- $\frac{1}{0^-} = \boxed{-\infty}$

ب) $\lim_{x\to 3} \frac{x-4}{(x-3)^2} \xrightarrow[\text{زیرا مخرج در هر صورت } 0^+ \text{ می‌شود}]{\text{دو شاخه نیز نیست}} \frac{-1}{0^+} = -\infty$ صفر دارد

⑤ الف) $\lim_{x\to -3} [-3x] - [5x]$ ① $-3^+ \Rightarrow \underset{[9^-]}{8} - \underset{[-15^-]}{(-16)} = 24$

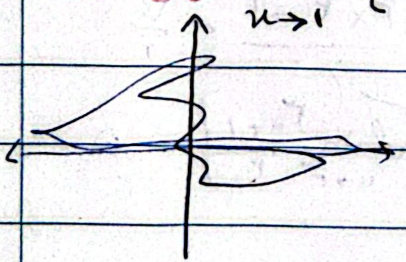
② -3^- $\underset{[9^+]}{9} - \underset{[-15^+]}{(-15)} = 24$

ب) $\lim_{x\to (-\frac{1}{2})^-} \left[\frac{-1}{x^4}\right]$ $x < -\frac{1}{2}$ $x^4 > \frac{1}{16}$ $\frac{1}{x^4} < \frac{-1}{16}$ $\frac{-1}{x^4} > -16$

$\boxed{\left[\frac{-1}{x^4}\right] = -16}$

⑥ الف) $\lim_{x\to 1} [4x^3 - 3x^4 + 3]$ $12x^2 - 12x^3$

$12x^2(1-x)$



$1^+ \to$ نزولی $[4^-] = 3$

$1^- \to$ صعودی $[4^-] = 3$

	0		1	
$+$		$+$		$-$
صعودی		صعودی		نزولی

ب) $\lim_{x\to 0} [4x^3 - 3x^4 + 3]$ $12x^2 - 12x^3$

$12x(1-x)$

	0		1	
$+$		$+$		$-$

$x \to 0^+ \to$ صعودی $[3^+] = 3$

$x \to 0^-$ تابع نزولی $[3^+] = 3$

s.a.m

۷) الف) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{|x^3-8|}{x^2-4}$

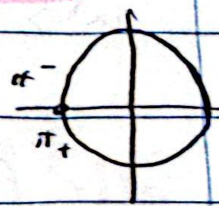
① 2^+ مثبت $\oplus$ $\dfrac{(x-2)(x^2+4+2x)}{(x-2)(x+2)} = \dfrac{12}{4} = \boxed{3}$

② 2^- قرینه منفی $\ominus$ $\dfrac{(2-x)(x^2+4+2x)}{(x-2)(x+2)} = \boxed{-3}$

ب) $\lim\limits_{x\to \pi} \dfrac{|\sin x|}{\sin 2x}$

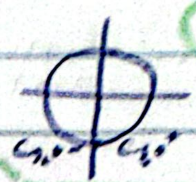
① $\pi^+ \to$ قرینه منفی $\ominus$ $\dfrac{-\cancel{\sin x}}{2\cancel{\sin x}\underbrace{\cos x}_{-1}} = \boxed{\dfrac{1}{2}}$ $\quad \cos\pi$

② $\pi^- \to$ مثبت $\oplus$ $\dfrac{\cancel{\sin x}}{2\cancel{\sin x}\underbrace{\cos x}_{-1}} = \boxed{\dfrac{-1}{2}}$ $\quad \cos\pi$



۸)

الف) $\lim_{x\to \frac{3\pi}{2}} \sqrt{\cos x}$ $\boxed{\begin{array}{l} \frac{3\pi}{2}^+ \quad \sqrt{0^+} = 0 \\ \frac{3\pi}{2}^- \quad \sqrt{0^-} \quad \text{ندارد} \end{array}}$ } حد ندارد



ب) $\lim_{x\to 0} \sqrt{x-2\sqrt{x}}$ $\boxed{\begin{array}{l} 0^+ \quad \sqrt{0^+ - 2\sqrt{0^+}} \\ 0^- \end{array}}$ منفی داخل رادیکال ندارد — زیر رادیکال تعریف نشده ندارد } حد ندارد

$x-2\sqrt{x}\geq 0 \quad x^2\geq 2\sqrt{x}$

$x^2\geq 4x \quad x^2-4x\geq 0 \quad x(x-4)$

۹)

الف) $\lim_{x\to 0^+} \frac{-1^{[\sin x]}}{x^3-x^2}$ $\quad [\sin x]:\ \sin 0^+ = 0^+ \to [0^+]=0$

$= \frac{(-1)^0}{x^3-x^2} = \frac{1}{x^3-x^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ حد ندارد

$x^2(1-x)$

ب) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-[x^2]}{x-[x]} =$ (1) $x\to 2^+$ $\quad \frac{x^2-4}{x-2} = x+2 = \boxed{4}$ $\quad (x-2)(x+2)$

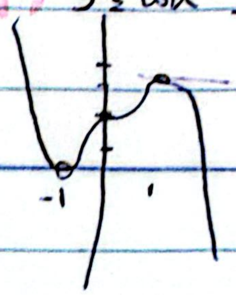
(2) $\frac{x^2-3}{x-1} = \frac{2^2-3}{1} = \boxed{1}$ حد ندارد

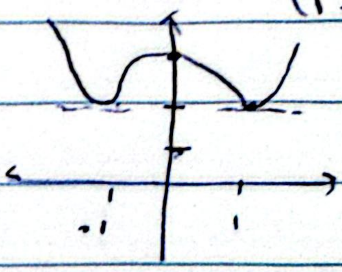
۱۰)

الف) $y=5x^3-3x^5+2 \xrightarrow{\text{مشتق}} y'=15x^2-15x^4$

$15x^2(1-x^2)$

$\underbrace{(1-x^2)}_{(1-x)(1+x)}$





ب) $y=x^4-2x^2+3$

$\xrightarrow{\text{مشتق}} y'=4x^3-4x \quad 4x(x-1)(x+1)$