SUBJECT: .....

۱۸۵

مهتا محمدی - پاسخ تشریحی تکلیف شماره ۱۸

الف) $\lim_{x \to ۲^+} \frac{۲x+۵}{x+۱} = \frac{۲(۲)+۵}{۲+۱} = ۳$ ✓

ب) $\lim_{x \to ۲^-} \frac{۲x+۵}{x+۱} = \frac{۲(۲)+۵}{۲+۱} = ۳$ ✓

۱

۲

ج) $\lim_{x \to ۲} \frac{۲x+۵}{x+۱}$

$x \to ۲^+ \Rightarrow \frac{۲(۲)+۵}{۲+۱} = ۳$ حاصل عددی مثبت ← راست برابر

$x \to ۲^- \Rightarrow \frac{۲(۲)+۵}{۲+۱} = ۳$ از چپ

پس ۳ حد دارد ✓

۳

د) $\lim_{x \to ۰} \frac{۲x+۷}{[x^۲]}$

$x \to ۰^+ \Rightarrow \frac{۷}{۰ \text{ مطلق}} = \text{مثبت}$ ✓

$x \to ۰^- \Rightarrow \frac{۷}{۰ \text{ مطلق}} \leftarrow \text{منفی}$ از چپ

حد ندارد

$[۰^۲] = ۰$ مطلق

الف) $\lim_{x \to ۳^-} ۴[x] - ۲ = ۴(۲) - ۲ = ۶$ ✓

$[۳^-] = ۲$

۲

ب) $\lim_{x \to ۳^-} [۴x - ۲] = [۴(۳^-) - ۲] = [۱۰^-] = ۹$ ✓

ج) $\left[\lim_{x \to ۳^-} ۴x - ۲\right] = ۱۰$ ✓

$\lim_{x \to ۳^-} ۴x - ۲ = ۱۰$

د) $\left[\lim_{x \to ۳^+} ۴x - ۲\right] = ۱۰$ ✓

$\lim_{x \to ۳^+} ۴x - ۲ = ۱۰$

Hirmandpaper

Scanned with CamScanner

SUBJECT: .....

حل تمامی قسمت‌های تکلیف شماره ۱۸

۳

الف) $\lim_{x\to 3^-} \frac{3[x]+1}{2} = \frac{3(2)+1}{2} = \frac{7}{2}$ ✓

$[3^-] = 2$

ب) $\lim_{x\to 3^-} \left[\frac{3x+1}{2}\right] = \left[\lim_{x\to 3^-} \frac{10^-}{2}\right] = [5^-] = 4$ ✓

۲

ج) $\left[\lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2}\right] = 5$

$\lim_{x\to 3^-} \frac{3x+1}{2} = 5$ ✓

د) $\left[\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2}\right]$ ، 5

$\lim_{x\to 3^+} \frac{3x+1}{2} = 5$ ✓

۴

الف) $\lim_{x\to 1} \frac{x-5}{x^2-4x+5}$

$x\to 1^+ \quad \frac{-4}{0^-} = +\infty$ ✓ صدنارد

$x\to 1^- \quad \frac{-4}{0^+} = -\infty$

	1	5	
	+	−	+

$\lim_{x\to 1} \frac{-4}{0^-}$

۲

ب) $\lim_{x\to 3} \frac{x-3}{x^2-6x+9} \to \frac{-1}{0^-}$

$x\to 3^+ \quad \frac{-1}{0^+} = -\infty$ صدنارد

$x\to 3^- \quad \frac{-1}{0^+} = -\infty$ ✓

$(x-3)^2$

	3	
	+	+

۵

الف) $\lim_{x\to -3} [-3x] - [5x]$ عدد صحیح نمی‌شود

$x\to -3^+ \to 8 - (-15) = 23$ ✓

$x\to -3^- \to 9 - (-16) = 25$

$x\to -3^+ \quad [-3(-3^+)] = [9^-] = 8$ ، $[5(-3)^+] = [-15^+] = -15$

$x\to -3^- \quad [-3(-3^-)] = [9^+] = 9$ ، $[5(-3^-)] = [-15^-] = -16$

صدرالت و حد متفاوت ← صدنارد

۲

Hirmandpaper

Scanned with CamScanner

SUBJECT: .....

پاسخ تشریحی تکلیف شماره ۱۸

ب) $\lim_{x \to (-\frac{1}{2})} \left[\frac{-1}{x^4}\right] = -16$

$\left[\frac{-1}{(-\frac{1}{2})^4}\right] = \left[\frac{-1}{\frac{1}{16}}\right] = \left[-16^+\right] = -16$ ✓

۵

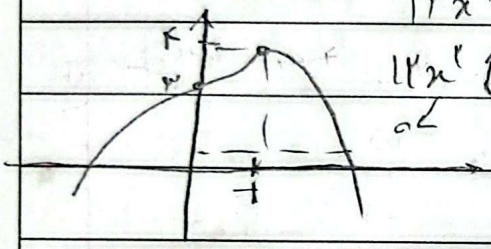
الف) $\lim_{x \to 1} \left[4x^3 - 3x^4 + 3\right] = [4^-] = 3$

$12x^2 - 12x^3$

$12x^2(1-x)$

	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$12x^2$	+	+	۰	+	+	+	
$1-x$	+	+	+	+	۰	−	
	+	+	۰	+	۰	−	

(۳) (۱۲)



۴

۱,۷۵

ب) $\lim_{x \to 0} \left[4x^3 - 3x^4 + 3\right]$

$0^- \searrow [3] = 3$

$0^+ \searrow [3^+] = 3$

} هم‌ارز ✓

الف) $\lim_{x \to 2} \frac{|x^3 - 8|}{x^2 - 4}$

$x^3 - 8 = 0 \to x = 2$

	$-\infty$		2		$+\infty$
x^3-8	−	−	۰	+	

$x^2 = 4 \to x = \pm 2$

	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
x^2-4	+	+	۰	−	۰	+	

$x \to 2^+ \quad \frac{x^3-8}{x^2-4} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)}$

$= \frac{12}{4} = 3$

$x \to 2^- \quad \frac{-(x^3-8)}{x^2-4} = \frac{-(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)}$

$= \frac{-12}{4} = -3$ ✓

هم‌ارز (حد چپ و راست متفاوت)

۷

۱,۵

Hirmandpaper

Scanned with CamScanner

SUBJECT: .....

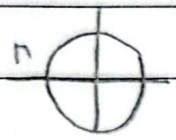
وحدتا حلول - پاسخ سری تکلیف شماره ۱۸

۷

ب) $\lim_{x\to\pi} \frac{|\sin x|}{\sin 2x}$

$x\to\pi^+$: $\frac{\sin x}{\sin 2x} = \frac{\sin x}{2\sin x\cos x} = -\frac{1}{2}$

$x\to\pi^-$: $\frac{-\sin x}{\sin 2x} = \frac{-\sin x}{2\sin x\cos x} = \frac{1}{2}$



← ضعف دو راست برابرند و حد ندارد

۸

الف) $\lim_{x\to\frac{3\pi}{2}} \sqrt{\cos x}$

$x\to\frac{3\pi}{2}^+$: $\sqrt{0^+} = 0$ ✓

$x\to\frac{3\pi}{2}^-$: $\sqrt{0^-} =$ تن ✓

۱۸

← ضعف دو راست برابرند و حد ندارد

$\cos x \geq 0$

توضیح شفاهی

ب) $\lim_{x\to 0} \sqrt{x-2\sqrt{x}}$

$x\to 0^+$: $\sqrt{0-2\sqrt{0^+}} = \sqrt{0} =$ ✓

$x\to 0^-$: $\sqrt{0-2\sqrt{0^-}} =$ تن ✓

$x \geq 0 \to x-2\sqrt{x} \geq 0$

$\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) \geq 0$

0		4
+	−	+

← ضعف دو راست برابرند و حد ندارد

تابع در اطراف صفر اصلاً تعریف نمی‌شود.

۹

الف) $\lim_{x\to 0^+} \frac{(-1)^{[\sin x]}}{2x^3-x^2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

$[\sin 0^+] = 0$

$x^3-x^2 = 0$

$x^2(x-1) = 0$

0		1
−	−	+

۲

ب) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-[x^2]}{x-[x]}$

$x\to 2^+$: $\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4$

$x\to 2^-$: $\frac{x^2-3}{x-1} = 1$ ✓

$x\to 2^+ \to [(2^+)^2] = [4^+] = 4$ $\quad [2^+] = 2$

$x\to 2^- \to [(2^-)^2] = [4^-] = 3$ $\quad [2^-] = 1$

← ضعف دو راست متفاوت پس حد ندارد

Hirmandpaper

Scanned with CamScanner

SUBJECT: .....

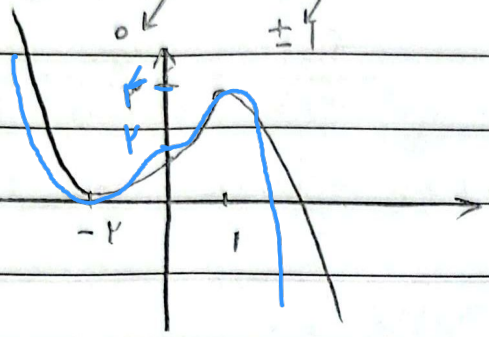
۵

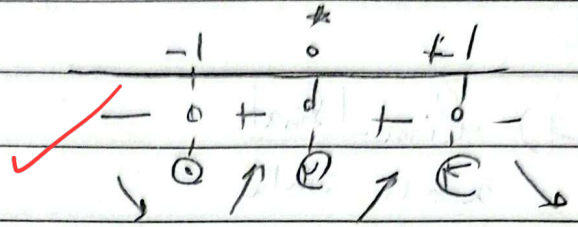
الف) $y = ۵x^۳ - ۳x^۵ + ۲$

$y' = ۱۵x^۲ - ۱۵x^۴$

$y' = ۱۵x^۲(۱ - x^۲)$

0 , ± ۱





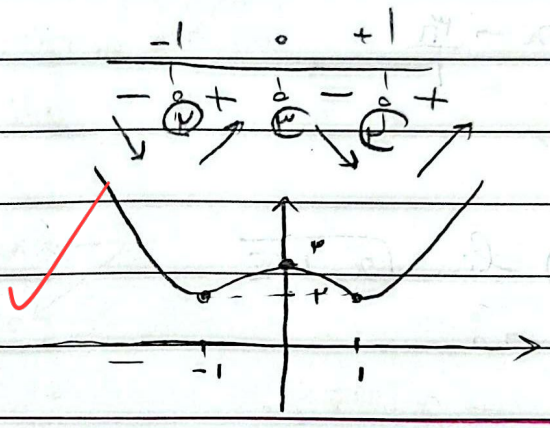
۱,۷۵

ب) $y = x^۴ - ۲x^۲ + ۳$

$y' = ۴x^۳ - ۴x$

$y' = ۴x(x^۲ - ۱)$

0 , ± ۱



Hirmandpaper

Scanned with CamScanner