نام و نام خانوادگی ......فاطمه کریمی...... ۱۷ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۱۹... کلاس ...دوازدهم تجربی A......

۱

$f(x)=2\left[\frac{2-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{3}\right] \Rightarrow \lim_{x\to -2} 2+2\left[\frac{-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{3}\right]$

$\left[1-\frac{x}{2}\right]=1+\left[\frac{-x}{2}\right]$

$\rightsquigarrow -2^+ \Rightarrow 2+2\left[-\frac{-2^+}{2}\right]+a\left[\frac{-2^++2}{3}\right]=2+2[1^-]+a[0^+]=2+2(0)+a(0)=2$

$\rightsquigarrow -2^- \Rightarrow 2+2\left[-\frac{-2^-}{2}\right]+a\left[\frac{-2^-+2}{3}\right]=2+2[1^+]+a[0^-]=2+2+a(-1)=4-a$

$4-a=2 \Rightarrow a=2 \Rightarrow \left[\frac{a}{4}\right]=\left[\frac{2}{4}\right]=\boxed{0}$

۲

۲

$\lim_{x\to(\frac{\pi}{4})^-}[2\sin x-1]$

$\sin\left(\frac{\pi}{4}^-\right)=\frac{1}{2}^- \Rightarrow [2\sin x-1]=[1^--1]=[0^-]=\boxed{-1}$

۲

۳

$\lim_{x\to -\frac{1}{2}}[8x^3-x] \Rightarrow 8x^3-x=8\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left(-\frac{1}{2}\right)=8\left(-\frac{1}{8}\right)+\frac{1}{2}=-1+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}\notin \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \left[-\frac{1}{2}\right]=\boxed{-1}$

۲

۴

$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\frac{10x-5+\left[\frac{3}{x^2}\right]}{14x-\left[-\frac{2}{x^2}\right]}$

$x<-\frac{1}{2} \Rightarrow x^2>\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2}<4$

$\rightarrow \frac{3}{x^2}<12 \Rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right]=11$

$\rightarrow -\frac{2}{x^2}>-8 \Rightarrow \left[\frac{-2}{x^2}\right]=-8$

$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} \lim \frac{10x-\cancel{5}+11}{14x-(-8)}=\frac{10x+6}{14x+8}$

$x=-\frac{1}{2} \rightsquigarrow \frac{10(-\frac{1}{2})^-+6}{14(-\frac{1}{2})^-+8}=\frac{-5+6}{-8^-+8}=\frac{1}{0^-}=\boxed{-\infty}$

۲

۵

$\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{[x]+\cos\pi x}=\lim_{x\to1^+}\frac{\sin^2\pi x}{\cos\pi x+1}=\frac{0}{-1+1}=\frac{0}{0} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \frac{\sin^2\pi x}{\cos\pi x+1}=\frac{1-\cos^2\pi x}{\cos\pi x+1}=\frac{(1-\cos\pi x)\cancel{(1+\cos\pi x)}}{\cancel{1+\cos\pi x}}$

$[1^+]=1$

$\Rightarrow \lim_{x\to1^+}1-\cos\pi x=1-(-1)=\boxed{2}$

۲

۶

$$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}=\frac{1-1}{1+(-1)}=\frac{0}{0}$$ رفع ابهام

$$\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}\times\frac{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}{\underbrace{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}_{2}}\times\frac{\overbrace{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}^{3}}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}+1}=\frac{\overbrace{\cancel{2x+3-3x-4}}^{-(x+1)}}{\cancel{1+x}}\times\frac{3}{2}=\boxed{\frac{-3}{2}}$$

۲

۷

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}}=\frac{2-7+5}{2-2}=\frac{0}{0}\longrightarrow$$ رفع ابهام

۲

$$\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}}\times\frac{\overbrace{2x+\sqrt{3x+1}}^{4}}{2x+\sqrt{3x+1}}=\frac{\overbrace{(2x-7\sqrt{x}+5)}^{\text{مجموع ضرایب}=0}\times 4}{\underbrace{4x^2-3x-1}_{\text{مجموع ضرایب}=0}}=\frac{2(\cancel{\sqrt{x}-1})(\sqrt{x}-\frac{5}{2})\times 4}{4(\underbrace{\cancel{x-1}}_{\sqrt{x}+1})(x+\frac{1}{4})}\xrightarrow{x=1}\frac{2(1-\frac{5}{2})\times 4}{4(2)(1+\frac{1}{4})}$$

$$=\frac{\cancel{2}\times\frac{-3}{2}\times\cancel{4}}{\cancel{4}\times 2\times\frac{5}{4}}=\boxed{\frac{-6}{5}}$$

۸

*از آنجایی که ضرایب مجهول اند مجبور هستیم از قاعده‌ی هوپیتال استفاده کنیم. (برای رفع ابهام!)

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{1}{4}\Rightarrow\lim\frac{a+\sqrt{c}}{0}=\frac{1}{4}$$

پس $\frac{0}{0}\Rightarrow a+\sqrt{c}=0\Rightarrow\sqrt{c}=-a\Rightarrow\boxed{c=a^2}$ $(a<0)$

۲

$$\text{Hop}\Rightarrow\frac{\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}}{1}=\frac{1}{4}\xrightarrow{x=0}\frac{b}{\cancel{2}\sqrt{c}}=\frac{1}{\cancel{4}_{2}}\Rightarrow\sqrt{c}=2b,\ \sqrt{c}=-a\Big\}\to 2b=-a\ \ \boxed{b=\frac{-a}{2}}\Big\}\to\frac{ab}{c}=\frac{a(-\frac{a}{2})}{a^2}=\boxed{\frac{-1}{2}}$$

۹

$$\lim_{x\to -2\pi}\frac{4+K[\frac{x}{\pi}]}{\sin x}=+\infty$$

۲

$$x\to(-2\pi)^+\Rightarrow\frac{4+K\overbrace{[\frac{(-2\pi)^+}{\pi}]}^{[-2^+]}}{\sin(-2\pi)^+}=\frac{4-2K}{0^+}=+\infty\Rightarrow 4-2K>0\Rightarrow 4>2K\Rightarrow K<2$$

$$x\to(-2\pi)^-\Rightarrow\frac{4+K\overbrace{[\frac{(-2\pi)^-}{\pi}]}^{[-2^-]}}{\sin(-2\pi)^-}=\frac{4-3K}{0^-}=+\infty\Rightarrow 4-3K<0\Rightarrow 4<3K\Rightarrow\frac{4}{3}<K$$

$$\Rightarrow\frac{4}{3}<K<2\ \Rightarrow\ -2<-K<-\frac{4}{3}$$

$$\boxed{[-K]=-2}$$

۱۰

$$\lim_{x\to 8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}$$ صورت: $2b-2b=0\Rightarrow 0\neq$ جواب $\Rightarrow$ مخرج $=0\Rightarrow 8a-b=0$

$$8a-b=0\to b=8a\qquad\boxed{2a=b}$$

۵

$$\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}\times\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b}{\underbrace{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b}_{4b}}=\frac{2b^2+b^2x^{\frac{1}{3}}-4b^2}{4abx-4b^2}\xrightarrow{\text{Hop}}\frac{\frac{1}{3}b^2x^{-\frac{2}{3}}}{4\overbrace{ab}^{2a=b}}=\frac{\frac{1}{3}\cancel{b^2}x^{-\frac{2}{3}}}{2\cancel{b}}$$

$$=\frac{x^{-\frac{2}{3}}}{6}=\frac{8^{-\frac{2}{3}}}{6}=\boxed{\frac{1}{24}}$$

$$\lim_{x\to 8}\frac{8a(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2)}{ax-8a}=\frac{8a(\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2)}{ax-8a}\times\frac{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}{\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2}=$$

$$\lim_{x\to 8}\frac{8a(\sqrt[3]{x}-2)}{a(x-8)\times 4}\to\lim_{x\to 8}\frac{2(\sqrt[3]{x}-2)}{(\sqrt[3]{x}-2)(\sqrt[3]{x^2}+4+2\sqrt[3]{x})}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$$