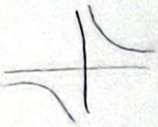
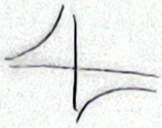
حسابان ۱۲ - دفتر A

۱

$f(x)=2\left[\frac{2-x}{2}\right]+a\left[\frac{x+2}{3}\right] \xrightarrow{x\to 2^+} =2[2^+]+a[0^-] = 4-a$



$\frac{-x+2}{2x+2}$ = نزولی یا $\frac{x+2}{3x+3}$



$\xrightarrow{x\to 2^-} =2[2^-]+a[0^+]=2$

$4-a=2 \qquad \boxed{a=2}$

$\left[\frac{2}{3}\right]=0$

۲

$\lim_{x\to(\frac{\pi}{4})^-}[\underbrace{2\sin x}_{1/2}-1] \xrightarrow{x=\frac{\pi}{4}} [0] \to$  $\frac{\pi}{4}^- \xrightarrow[\text{کوچکتر شد}]{\sin} [0^-]=-1$

۳

$\lim_{x\to -\frac{1}{2}}[8x^3-x] \xrightarrow{x=-\frac{1}{2}} [-1+\frac{1}{2}]\to[-\frac{1}{2}]=-1$

۴

$\lim_{x\to(-\frac{1}{2})^-}\frac{10x-5+\left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x-\left[\frac{-2}{x^2}\right]} \xrightarrow{x=-\frac{1}{2}} \frac{-5-5+[12]}{-8-[-8]} \xrightarrow{(-\frac{1}{2})^-} \frac{-5-5+11}{-8-(-8)}=\frac{1}{0}$ تعریف نشده

$\frac{3}{x^2} \to \begin{matrix} x=1 & x=2 \\ y=3 & y=\frac{3}{4}\end{matrix} \to$ نزولی $\xrightarrow{(-\frac{1}{2})^-} [12]$

$\frac{-2}{x^2} \to \begin{matrix} x=1 & x=2 \\ y=-2 & y=-\frac{1}{2}\end{matrix} \to$ صعودی $\xrightarrow{(-\frac{1}{2})^-} [-8^+]$

۵

$\lim_{x\to 1^+}\frac{\sin^2\pi x}{[x]+\cos\pi x}\xrightarrow{x=1}\frac{0}{1+-1}=\frac{0}{0}$ مبهم $\to \frac{\sin^2\pi x}{1+\cos\pi x}=\frac{1-\cos^2\pi x}{1+\cos\pi x}$

$\to\frac{(1-\cos\pi x)(1+\cancel{\cos\pi x})}{1+\cancel{\cos\pi x}}=1-\cos\pi x\xrightarrow{x=1}1-(-1)=2$

۶

$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}\xrightarrow{x=-1}\frac{1-1}{1-1}=\frac{0}{0}$ مبهم

$\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}}\times\frac{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3}+\sqrt{3x+4}}\times\frac{1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}}{1+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}}=\frac{(\overbrace{2x+3-3x-4}^{-x-1\to-(x+1)})(3)}{(\cancel{1+x})(2)}$

$\to -\frac{3}{2}$

(۷)

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}}\xrightarrow{x=1}\frac{2-2}{2-2}=\frac{0}{0}\text{ مبهم}$$

$$\frac{2x+5-7\sqrt{x}}{2x-\sqrt{3x+1}}\times\frac{(2x+5)+(7\sqrt{x})}{(2x+5)+(7\sqrt{x})}\times\frac{2x+\sqrt{3x+1}}{2x+\sqrt{3x+1}}=\frac{(4x^2+25+20x-49x)(4)}{(4x^2-3x-1)(14)}$$

$$\frac{(4x^2-29x+25)4}{(4x^2-3x-1)(14)},\ \frac{\cancel{(x-1)}(4x-25)(4)}{\cancel{(x-1)}(4x+1)(14)}=\frac{-\cancel{21}^{\,-3}\times\cancel{4}^{\,2}}{5\times\cancel{14}_{\cancel{7}}}=\boxed{-\frac{6}{5}}$$

---

(۸)

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x}=\frac{1}{4}\xrightarrow[\text{صورت}=0]{\frac{0}{0}\text{ مبهم بوده}}(1)\ a+\sqrt{c}=0\to a=-2b$$

$$(2)\ \text{Hop}\to\frac{b}{2\sqrt{bx+c}}\xrightarrow{x=0}\frac{b}{2\sqrt{c}}=\frac{1}{4}\qquad 2\sqrt{c}=4b\quad \sqrt{c}=2b\quad c=4b^2$$

$$\frac{ab}{c}\to\frac{-2b\times b}{4b^2}=\frac{-2b^2}{4b^2}=\boxed{-\frac{1}{2}}$$

---

(۹)

$$\lim_{x\to -2\pi}\frac{4+k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x}=+\infty$$

$$-2\pi^+=+\infty\to\frac{4+k[-\bar{2}]}{0^+}\to 4-3k>0\quad k<\frac{4}{3}$$

$$-2\pi^-=+\infty\ \ \text{و}\ \ \frac{4+k[-2^+]}{0^-}\to 4-2k<0\quad k>2$$

$\to$ $\frac{4}{3}$ ، 2 ?

---

(۱۰)

$$\lim_{x\to 8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}\xrightarrow{x=8}\frac{2b-2b}{8a-b}\to\frac{0}{0}\to 8a-b=0$$

$$\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b}\times\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b}{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}+2b}=\frac{b^2(2+\sqrt[3]{x})-4b^2}{(ax-b)(4b)}=\frac{b^2(\sqrt[3]{x}-2)}{4b(ax-b)}$$

$$\frac{b^2(\sqrt[3]{x}-2)}{4b(ax-b)}\times\frac{\sqrt[3]{x^2}+4+2\sqrt[3]{x}}{〃}=\frac{(x-8)\,b^2\,b}{(ax-b)\,4b\,(12)}\ \to\ ax-b=x-8\quad a=1\ \ b=8\to\frac{b}{4\times12}=\frac{8}{4\times12}=\boxed{\frac{1}{6}}$$