نگین نظری ۲۰

دوازدهم تجربی A تکلیف ۱۹

۱- وقتی عبارتی در داخل براکت درست نیست

$\lim_{x \to -2} f(x)$ → $x > -2$ ($-2^+$) ، $x < -2$ ($-2^-$)

$x > -2$ ، $-x < 2$ ، $2 - x < 4$ ، $\frac{2-x}{2} < 2$ → $[\frac{2-x}{2}] = 1$

$x + 2 > 0$ ، $\frac{x+2}{4} > 0$ → $[\frac{x+2}{4}] = 0$

$f(x) = 2 + a(0) = 2$

$x < -2$ ، $-x > 2$ ، $2 - x > 4$ ، $\frac{2-x}{2} > 2$ ، $[\frac{2-x}{2}] = 2$

$f(x) = 4 - a$

$x + 2 < 0$ ، $\frac{x+2}{4} < 0$ ، $[\frac{x+2}{4}] = -1$

$4 - a = 2$ ، $2 = a$ → $[\frac{a}{4}] = [\frac{2}{4}] = 0$

۲

---

۲- $\lim_{x \to (\frac{\pi}{6})^-} [2\sin x - 1] = [2(\frac{1}{2}) - 1] = [0^-] = -1$

$\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

می‌دانیم $\sin$ در نواحی کمتر از $\frac{\pi}{6}$ کمتر از $\frac{1}{2}$ است

۲

---

۳- $\lim_{x \to -\frac{1}{2}} [8x^3 - x] = [8 \times (-\frac{1}{8}) - (-\frac{1}{2})] = [-\frac{1}{2}] = -1$

۲

---

۴- $\lim_{x \to (-\frac{1}{2})^-} \frac{10x - 5 + [\frac{3}{x^2}]}{16x - [-\frac{2}{x^2}]} = \frac{10(-\frac{1}{2}) - 5 + 11}{16x + 8}$

$x < -\frac{1}{2}$ ، $x^2 > \frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{x^2} < 4$ → $\frac{3}{x^2} < 12$ ، $[\frac{3}{x^2}] = 11$

$= \frac{-5 - 5 + 11}{16(-\frac{1}{2}) + 8} = \frac{1}{0^-} = -\infty$

$\frac{2}{x^2} < 8$ ، $\frac{-2}{x^2} > -8$ ، $[\frac{-2}{x^2}] = -8$

۲

---

۵- $\lim_{x \to 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos \pi x}$ ، $[x] = 1$ ، $= \frac{\sin^2 \pi}{1 + \cos \pi} = \frac{4\sin^2\frac{\pi}{2}\cancel{\cos^2\frac{\pi}{2}}}{2\cancel{\cos^2\frac{\pi}{2}}} = 2\sin^2\frac{\pi}{2} = 2$

$\sin \pi = 2\sin\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2}$

$\sin^2 \pi = 4\sin^2\frac{\pi}{2}\cos^2\frac{\pi}{2}$

۲

۶-

$$\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{2x+3}-\sqrt[3]{3x+4}}{1+\sqrt[3]{x}} = \frac{0}{0}$$ ابهام

$$\overset{Hop}{=} \frac{\frac{2}{2\sqrt{2x+3}} - \frac{3}{3\sqrt[3]{(3x+4)^2}}}{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = -\frac{3}{2}$$

۲

---

۷-

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x-7\sqrt{x}+5}{2x-\sqrt{3x+1}} = \frac{0}{0}$$ ابهام

$$\overset{Hop}{=} \frac{2-7\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{2-\left(\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}\right)} = \frac{2-\frac{7}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{4}} = \frac{-12}{10} = -\frac{6}{5}$$

۲

---

۸-

$$\lim_{x\to 0}\frac{a+\sqrt{bx+c}}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{b}{2\sqrt{bx+c}} = \frac{1}{4}$$

حتماً از روش رفع ابهام است.

$$\sqrt{bx+c} = -a \qquad 4b = 2\sqrt{bx+c} \qquad 2b = \sqrt{bx+c}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2\sqrt{c}} = \frac{1}{4} \qquad 4b = 2\sqrt{c} \qquad 2b = \sqrt{c}$$

$$2b = -a$$
$$2b = \sqrt{c}$$
$$4b^2 = c$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{c} = \frac{-2\cancel{b}\times \cancel{b}}{4\cancel{b^2}} = -\frac{1}{2}$$

۲

---

۹-

$$\frac{4+k\left[\frac{x}{\pi}\right]}{\sin x} = +\infty$$

$x\to -\pi^+$: $\sin x = 0^+$

$$4+k\left[\frac{x}{\pi}\right] > 0 \to 4-2k>0,\quad 4>2k,\quad 2>k \quad ①$$

$x\to -\pi^-$: $\sin x = 0^-$

$$4+k\left[\frac{x}{\pi}\right] < 0 \qquad 4-3k<0,\quad 4<3k,\quad \frac{4}{3}<k \quad ①$$

۲

$$\Rightarrow \frac{4}{3}<k<2 \to \times(-1)$$

$$-2 > -k > -\frac{4}{3} \to [-k] = -2$$

---

۱۰-

$$\lim_{x\to 8}\frac{b\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}-2b}{ax-b} = \frac{0}{0}$$

$$\frac{2b-2b}{8a-b} = \frac{0}{0}$$

$$8a-b=0$$
$$8a = b \to \frac{b}{a} = \frac{8a}{a} = 8$$

$$\overset{Hop}{=} \frac{\frac{b\times\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}}{2\sqrt{2+\sqrt[3]{x}}}}{a} = \frac{b}{48a} = \frac{b}{a}\times\frac{1}{48} = \frac{1}{6}$$

۲